

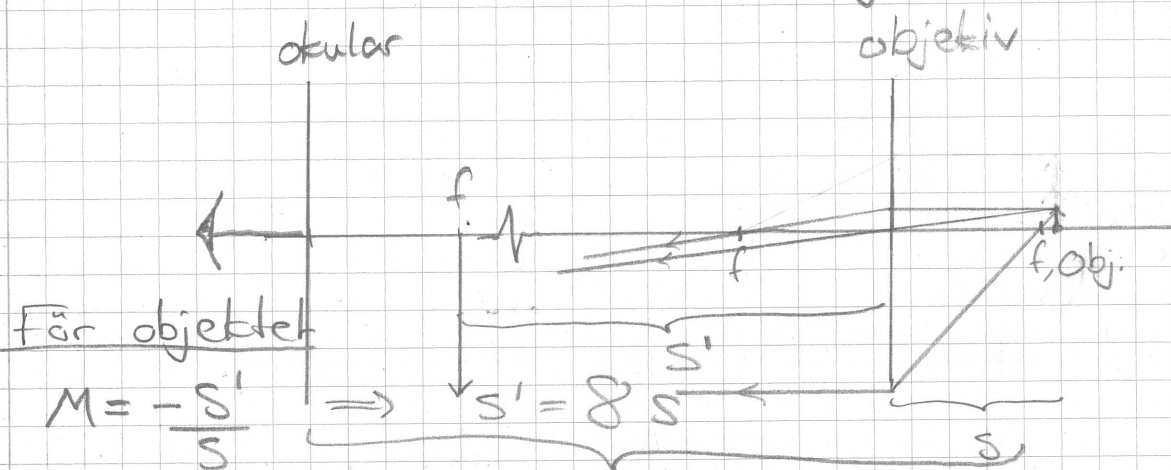
Optiska system - 7.1 övningsuppgifter

Mikroskop - BD 2009-05-27

A4

Givets Mikroskop med objekt förstoring $M=8$
och $f_{obj} = f_{okul} = 20 \text{ mm} = 0,02 \text{ m}$

Sökt: Avstånd d mellan objekt och okular?



Lins formeln ger d

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} + \frac{1}{8s} = \frac{1}{f}$$

$$8 + 1 = \frac{8s}{f} \Rightarrow s = \frac{9f}{8} = 22,5 \text{ mm}$$

För okularet

Mellanbilden ska ligga i okularets fokus
(virtuell bild i $-\infty$ reell bild i $+\infty$)

för att man ska flytta mellanbilden maximalt
avstånd från okularet och ögat ska kunna
fokusera

$$\Rightarrow d = f + s' + s = f + 9s = f + \frac{81f}{8} = \frac{22,5}{\text{mm}}$$

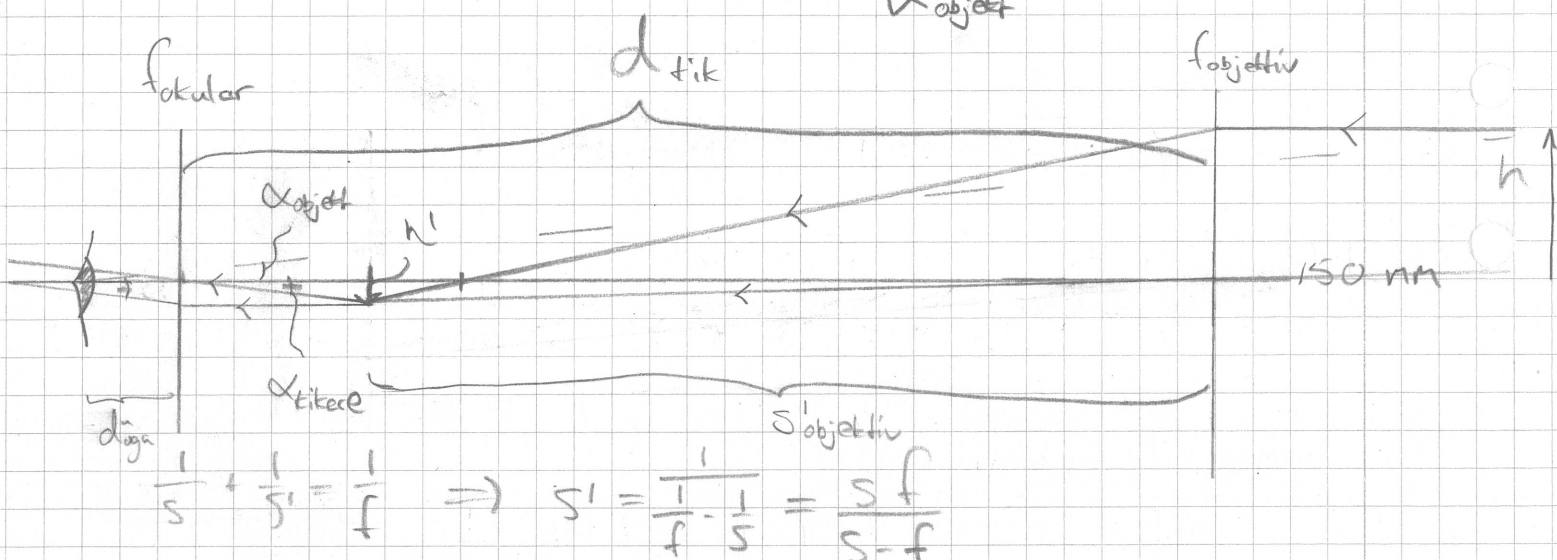
Ugnstikare - IMT 2002-04-12

1 Givet: $s_{\text{objektiv}} \approx 1 \text{ m}$, $f_{\text{objektiv}} = 100 \text{ mm}$

$$f_{\text{okular}} = 25 \text{ mm}$$

Slutbild i ∞ $\therefore S'_{\text{okular}} = \infty \Rightarrow S_{\text{okular}} = f_{\text{okular}}$

Sökt: vinkel-förstoring $M_{\alpha} = \frac{\alpha_{\text{tikare}}}{\alpha_{\text{objekt}}}$



$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Rightarrow s' = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s}} = \frac{sf}{s-f}$$

$$S'_{\text{objektiv}} = \frac{(1000 \text{ mm})(100 \text{ mm})}{1000 \text{ mm} - 100 \text{ mm}} = \frac{1000}{9} \text{ mm} \approx 111 \text{ mm}$$

Linsystem: Lins 1 bildplan = Lins 2 objektplan

$$\therefore d_{\text{tik}} = S_{\text{okular}} + S'_{\text{objektiv}} = f_{\text{okular}} + S'_{\text{objektiv}} = 136 \text{ mm}$$

Anta: $d_{\text{öga}} \approx 0$ (så nära okularet som möjligt för största synvinkel)

$$d_{\text{tot}} = d_{\text{öga}} + d_{\text{tikare}} + S_{\text{objektiv}} \approx 1136 \text{ mm}$$

$$\alpha_{\text{objekt}} \approx \tan(\alpha_{\text{objekt}}) = \frac{h}{d_{\text{tot}}}$$

$$\alpha_{\text{tikare}} = \tan^{-1}\left(\frac{h'_{\text{obj}}}{f_{\text{oku}}}\right) \approx \frac{h'_{\text{obj}}}{f_{\text{oku}}}$$

Förstoring
(tunn linse)

$$M = \frac{h'}{h} = \frac{-s'}{s} \quad (6.8)$$

$$\Rightarrow h' = \frac{-s'}{s} h = \frac{-111 \text{ mm}}{1000 \text{ mm}} h = -\frac{h}{9}$$

för objekt!

$$\Rightarrow M_{\alpha} = \frac{\alpha_{\text{ögon}}}{\alpha_{\text{objekt}}} = \frac{-\frac{h}{9f}}{\frac{h}{d_{\text{tot}}}} = -\frac{d_{\text{tot}}}{9f_{\text{ögon}}} = \frac{-1136 \text{ mm}}{9 \cdot 25 \text{ mm}} =$$

$$= -5$$

↑
bilden byter riktning

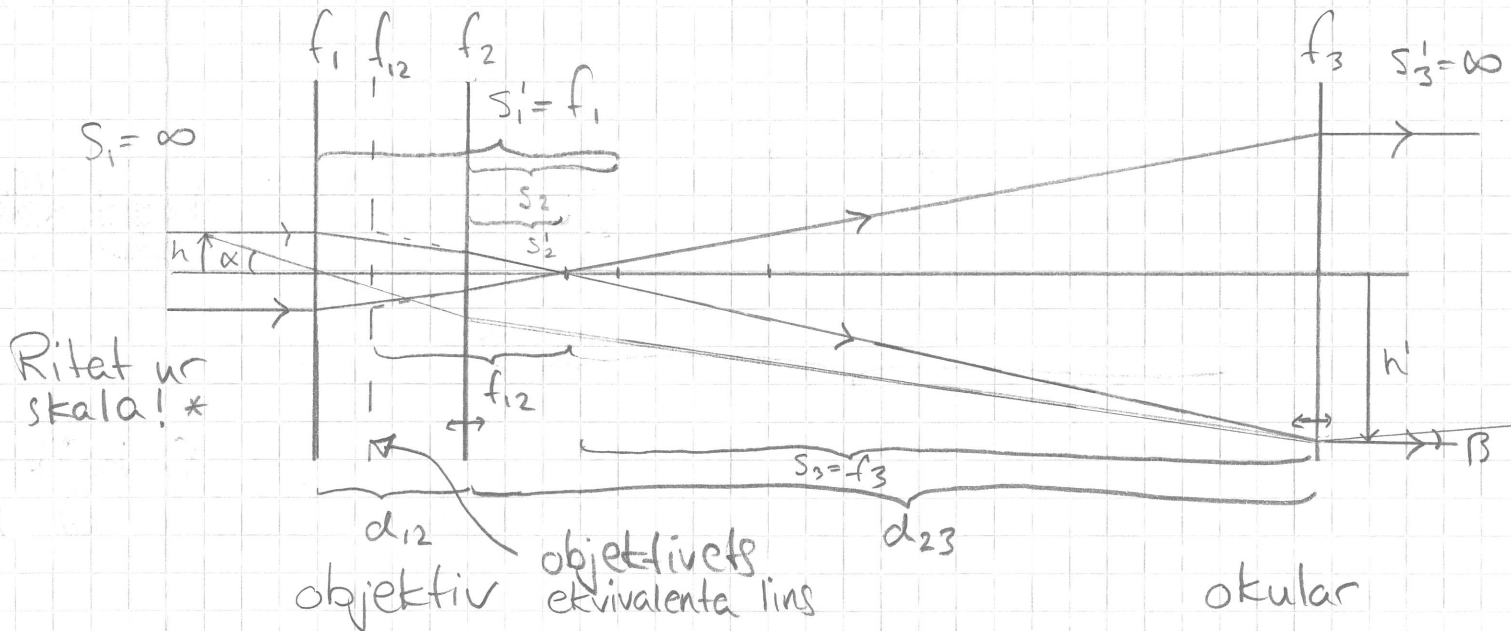
$$\therefore M_{\alpha} = \underline{\underline{5}}$$

Ljusbom 2 - FCL 2009-05-18

B2

Givet: parallell (kollimerad) laserstråle passerar $f_1 = f_2 = 20 \text{ mm}$ linser med $d_{12} = [0, 20] \text{ mm}$ följt av $f_3 = 200 \text{ mm}$ lins med d_{23} justerat så systemet är afokalt

Sökt: plotta förstoring h'/h av laserstrålen mot d_{12}
Afokalt system är ett optiskt system som inte har något systemfokus, alltså $f_{\text{system}} = \infty$
 $\Rightarrow$ parallella strålar in ger parallella strålar ut



Systemet kan ses som ett teleskop (vilket är ett afokalt system) om man räknar ut den effektiva fokallängden för lins 1 och lins 2, dvs systemfokallängden f_{12} endast för lins 1 och 2

Förstoringen h'/h av laserstrålen ges då av inversen av vinkelförstoringen för ett teleskop

$$M_A = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{h}{h'} = - \frac{f_{\text{objektiv}}}{f_{\text{okular}}} \quad (7.3)$$

* f_1 och f_2 är förstörande $\times 2$, f_3 är förminskad $\times 2$

$$f_{\text{objektiv}} = f_{12}, \quad f_{\text{okular}} = f_3$$

$$\Rightarrow \frac{h'}{h} = \frac{1}{M_\alpha} = \frac{\alpha}{\beta} = -\frac{f_3}{f_{12}}$$

f_3 är given, f_{12} bestäms enligt föreläsning 14 för 2 linser enligt (se F14 för härledning)

$$f_{12} = M_2 f_1,$$

där M_2 är förstoringen (objekt-bildförstoring, alltså inte vinkel förstoringen) från lins 2, vilket ges av

$$M_2 = -\frac{s'_2}{s_2} \quad (6.8)$$

För att bestämma s'_2 och s_2 måste vi propagera en stråle genom systemet och bestämma objekt plan och bildplan för varje lins enligt linsformeln (tunn lins)

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow s' = \frac{sf}{s-f} \quad (6.6)$$

Systemet kopplas ihop genom att bildplan för lins 1 är objektplan för lins 2, och bildplan för lins 2 är objektplan för lins 3.

Lins 1: parallella strålar in $\therefore s_1 = -\infty$
 $\Rightarrow s'_1 = f_1 = 20 \text{ mm}$

Lins 2: $s'_1 \geq d_{12} \Rightarrow$ virtuellt objekt plan (på bildsidan) för lins 2, $\therefore s_2 = d_{12} - f_1 \leq 0$
 $\Rightarrow s'_2 = \frac{(d_{12} - f_1)f_2}{d_{12} - f_1 - f_2} = \left\{ f_2 = f_1 \right\} = \frac{(d_{12} - f_1)f_1}{d_{12} - 2f_1}$

Detta ger förstoringen från lins 2

$$M_2 = \frac{-s_2'}{s_2} = -\frac{(d_{12} - f_1) f_1}{(d_{12} - 2f_1)(d_{12} - f_1)} = \frac{f_1}{2f_1 - d_{12}}$$

$$\Rightarrow f_{12} = M_2 f_1 = \frac{f_1^2}{2f_1 - d_{12}}$$

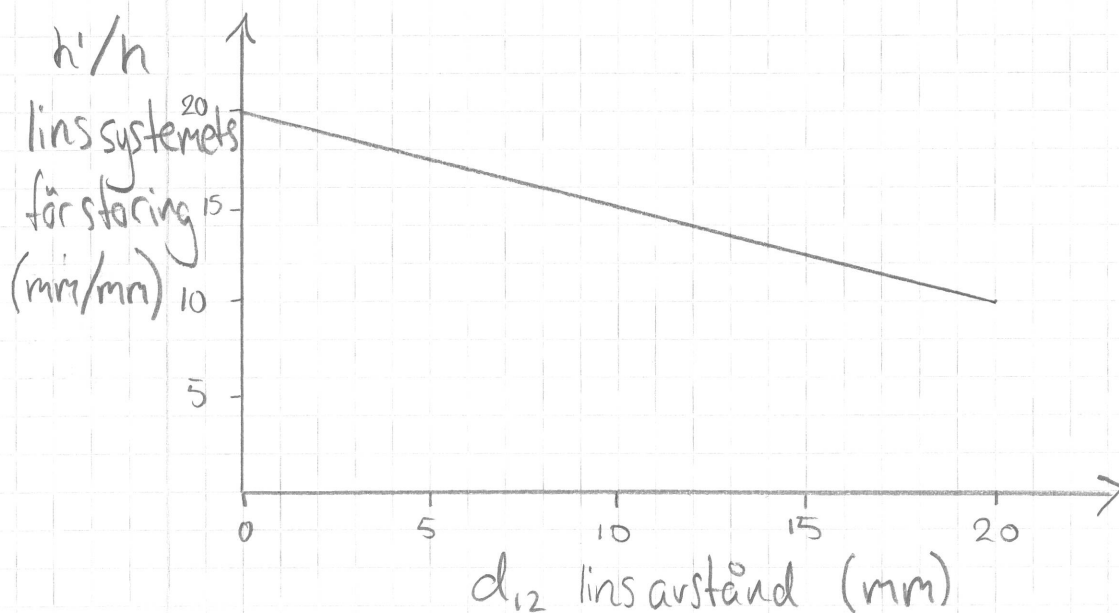
Nu kan vi lösa telet, men vi tittar först på lins 3. I ett teleskop (eller annat afokalt system) är mellanbilden placerad i fokus för objektiv och okular, vilket betyder att objektivet ekvivalenta lins ligger f_{12} till vänster om bild plan för lins 2, och okulalets lins ligger f_3 till höger om samma bild plan

Lins 3: afokalt system $\therefore s_3 = f_3, s_3' = \infty$

$$\Rightarrow d_{23} = s_2' + s_3 = \frac{(d_{12} - f_1) f_1}{d_{12} - 2f_1} + f_3$$

Den sökta förstoringen blir slutligen

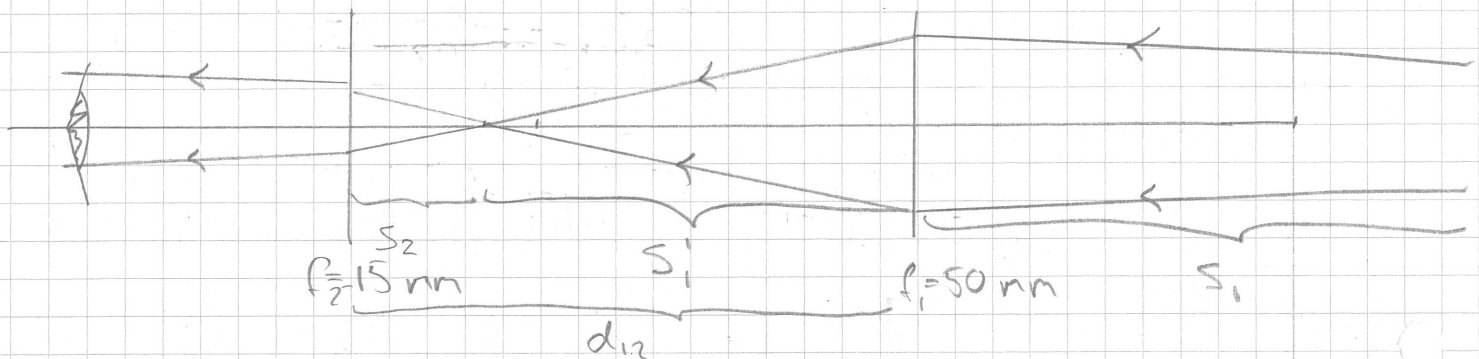
$$\frac{h'}{h} = \frac{-f_3}{f_{12}} = \frac{f_3(2f_1 - d_{12})}{f_1^2} = \frac{200 \text{ mm}(40 \text{ mm} - d_{12})}{400 \text{ mm}^2}$$



Kirurgmikroskop - F 2003-03-06

I Givet: Kirurgmikroskop med $f_1 = 50 \text{ mm}$

Sökt: och $f_2 = -15 \text{ mm}$, $s_1 = 400 \text{ mm}$
där så att s'_2 hamnar i objektet



s'_1 fås direkt ur linsformeln:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'_1} = \frac{1}{f} \Rightarrow s'_1 = \frac{1}{\frac{1}{f} - \frac{1}{s_1}} = \frac{s_1 f}{s_1 - f} = 57,14 \text{ mm}$$

Bild plan för Lins 1 = objektplan för Lins 2

Objektplan för Lins 2 i objekt

$$\Rightarrow \begin{aligned} s_2 &= d_{12} - s'_1 \\ s'_2 &= -(d_{12} + s_1) \end{aligned}$$

↑
virtuell bild

Linslagen ger $\frac{1}{s_2} + \frac{1}{s'_2} = \frac{1}{f_2}$

$$\Rightarrow \frac{1}{d_{12} - s'_1} - \frac{1}{d_{12} + s_1} = \frac{1}{f_2}$$
$$\frac{d_{12} + s_1 - d_{12} + s'_1}{(d_{12} - s'_1)(d_{12} + s_1)} = \frac{1}{f_2}$$

Invertera $d_{12}^2 + d_{12}(s_1 - s'_1) - s'_1 s_1 = f_2(s_1 + s'_1)$

$$d_{12}^2 + d_{12}(s_1 - s'_1) - s'_1 s_1 - f_2(s_1 + s'_1) = 0$$

pg - formeln $x^2 + px + q = 0$

$$\Rightarrow x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$\Rightarrow d_{12} = \frac{s_1' - s_1}{2} \pm \sqrt{\frac{(s_1' - s_1)^2}{4} + s_1' s_1 + \frac{1}{2}(s_1 + s_1')^2}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{-171,4 \text{ mm}} \quad \underbrace{\hspace{10em}}_{= 213,0 \text{ mm}}$

d_{12} skall vara positiv för att den experimentella uppställningen ska hålla

$$\Rightarrow d_{12} = -171,4 \text{ mm} + 213,0 \text{ mm} = 41,6 \text{ mm}$$

$$\approx \underline{\underline{42 \text{ mm}}}$$

OK