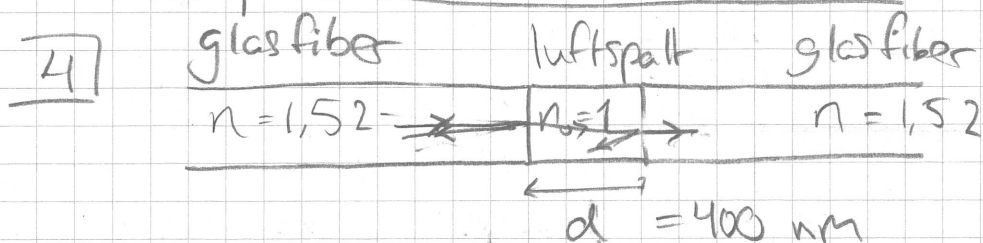


Interferens - övningsuppgifter 8.1

Luftspalt - IMT 2001-10-26



Se luftspalt som tunnt stikt av luft
med vinkelrätt infallande ljus ($i' = 0$)

$$\Rightarrow \Delta OPL = 2 \cdot n_0 \cdot d \cos(0) + \frac{\lambda}{2} = 2d + \frac{\lambda}{2} \quad (8.4)$$

Maximal konstruktiv interferens
Gås då $\Delta OPL = m\lambda$

↑
andra reflektionen
vid tätare medium

$$\Rightarrow 2d + \frac{\lambda}{2} = m\lambda$$

$$2d = \lambda \left(m - \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{2d}{m - \frac{1}{2}}$$

$$m=1: \Rightarrow \lambda_1 = \frac{2d}{1 - \frac{1}{2}} = 4d = \underline{\underline{1600 \text{ nm}}}$$

$$m=2: \Rightarrow \lambda_2 = \frac{2d}{2 - \frac{1}{2}} = \frac{4d}{3} = \underline{\underline{533 \text{ nm}}}$$

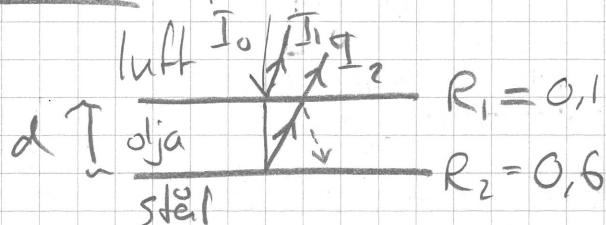
$$m=3: \Rightarrow \lambda_3 = \frac{2d}{3 - \frac{1}{2}} = \frac{4d}{5} = \underline{\underline{320 \text{ nm}}}$$

OSV.

Räbbsmörjning - IMTP 2008-10-26

5

Givet: tunnstickinterferens i oljefilm



Intensiteten I_1 och I_2 kommer variera med d enligt (8.4), enskilda för given reflektans ^{ytor}

$$I_1 = I_0 \cdot R_1 = 0,1 I_0 \quad (1)$$

$$I_2 = I_0 (1 - R_1) \cdot R_2 \cdot (1 - R_1) = R_2' I_0 = 0,9^2 \cdot 0,6 I_0 = 0,49 I_0 \quad (2)$$

↑ ↑ ↑
luft-olja olja-stål olja-luft

Anta: inga multipelreflexer utöver ovan

Sökt: $m = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$

Interferensen mellan I_1 och I_2 modulerar totala reflekterade intensiteten från $I_1 + I_2$ till:

$$I_e = I_1 + I_2 + \underbrace{2\sqrt{I_1 I_2}}_{\text{Interferens!}} \cos(\Delta\phi) = \quad (8.3)$$

$$\begin{aligned} &= \left\{ (1), (2) \right\} = R_1 I_0 + R_2' I_0 + 2\sqrt{I_0^2 R_1 R_2'} \cos(\Delta\phi) = \\ &= I_0 (R_1 + R_2' + 2\sqrt{R_1 R_2'} \cos(\Delta\phi)) \end{aligned}$$

$\Delta\phi$ avgör $I_{\max}$ och $I_{\min}$
↑ ↑
 $\cos(\Delta\phi) = 1$ $\cos(\Delta\phi) = -1$

$$\Rightarrow I_{\max} = I_0(R_1 + R_2' + 2\sqrt{R_1 R_2'})$$

$$I_{\min} = I_0(R_1 + R_2' - 2\sqrt{R_1 R_2'})$$

vilket ger modulationen

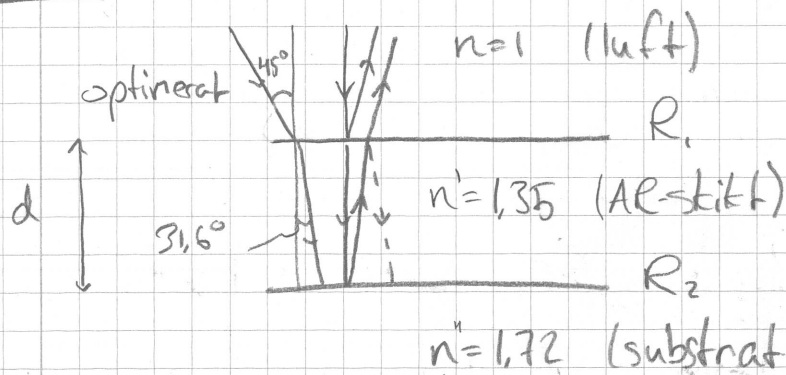
$$m = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} = \frac{I_0(R_1 + R_2' + 2\sqrt{R_1 R_2'}) - I_0(R_1 + R_2' - 2\sqrt{R_1 R_2'})}{I_0(R_1 + R_2' + 2\sqrt{R_1 R_2'}) + I_0(R_1 + R_2' - 2\sqrt{R_1 R_2'})}$$

$$\frac{- 2\sqrt{R_1 R_2'}}{- 2\sqrt{R_1 R_2'}} = \frac{R_1 + R_2' + 2\sqrt{R_1 R_2'} - R_1 - R_2' + 2\sqrt{R_1 R_2'}}{R_1 + R_2' + 2\sqrt{R_1 R_2'} + R_1 + R_2' - 2\sqrt{R_1 R_2'}} =$$

$$= \frac{4\sqrt{R_1 R_2'}}{2(R_1 + R_2')} = \frac{2\sqrt{R_1 R_2'}}{R_1 + R_2'} = \frac{2\sqrt{0,1 \cdot 0,486}}{0,1 + 0,486} = 0,752 = \underline{\underline{0,75}}$$

Vinkel-AR - MTI 2003-08-29

4) Givet: $i = i' = 0^\circ$, $\lambda = 550 \text{ nm}$



För ensam gränssyta fås ($i = 0^\circ$)

$$R = \frac{I_R}{I_i} = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad (8.5)$$

Sökt: $R_{\text{tot}} = \frac{I_{R,\text{tot}}}{I_o}$ vid $i = 0^\circ$

AR-lagret är optimerat vid $i = 45^\circ$, vilket bestämmer tjockleken. Snells lag

$$n \sin(i) = n' \sin(i') \quad (6.2)$$

$$\Rightarrow i' = \sin^{-1} \left(\frac{n}{n'} \sin(i) \right) = \sin^{-1} \left(\frac{1}{1.35} \sin(45^\circ) \right) = 31.6^\circ$$

Maximal destruktiv interferens fås då

$$\Delta OPL = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

Detta bestämmer tjockleken för det tunna skiktet som har optisk vägstillnad

$$\Delta OPL = 2n'd \cos(i') \quad (8.4)$$

$$\Rightarrow d = \frac{\left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda}{2n' \cos(i')} = 120 \text{ nm}, 359 \text{ nm}, 598 \text{ nm}, \dots$$

Vi väljer $d = 120 \text{ nm}$ (så tunt som möjligt)

Vi räknar nu ut reflektansen vid de båda gränssyterna

$$R_1 = \left(\frac{1,35 - 1}{1,35 + 1} \right)^2 = 0,0222$$

$$R_2 = \left(\frac{1,72 - 1,35}{1,72 + 1,35} \right)^2 = 0,0145$$

Enskilda ytor ger intensiteten

$$I_1 = I_0 R_1$$

$$I_2 = (1 - R_1) I_0 R_2 (1 - R_1) = I_0 R_2'$$

$$\text{där } R_2' = 0,0139$$

Totala reflekterade intensiteten med interferens blir

$$I_{R,\text{tot}} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2'} \cos(\Delta\phi) \quad (8.3)$$

$$\text{där } \Delta\phi = \frac{2\pi \Delta OPL}{\lambda} = \left\{ (8.4) \right\} = \quad (8.2)$$

färskillnad

$$= \frac{4\pi n'd \cos(i')}{\lambda} = \frac{4\pi \cdot 1,35 \cdot 120 \text{ nm} \cdot 1}{550 \text{ nm}} = 3,688$$

Dividera $I_{R,\text{tot}}$ med I_0 och sätt in I_1 och I_2

$$R_{\text{tot}} = \frac{I_{R,\text{tot}}}{I_0} = \frac{I_1}{I_0} + \frac{I_2}{I_0} + 2\sqrt{\frac{I_1 I_2'}{I_0^2}} \cos(\Delta\phi) =$$

$$= R_1 + R_2' + 2\sqrt{R_1 R_2'} \cos(\Delta\phi) = \underline{\underline{0,0061}}$$

Facit ignorerar intensitetsskillnaden $(1 - R_1)$ och åter-reflexen $(1 - R_1)$ i andra laget (R_2 istället för R_2') men för i princip samma svar ($R_{\text{tot}} = 0,00603$)

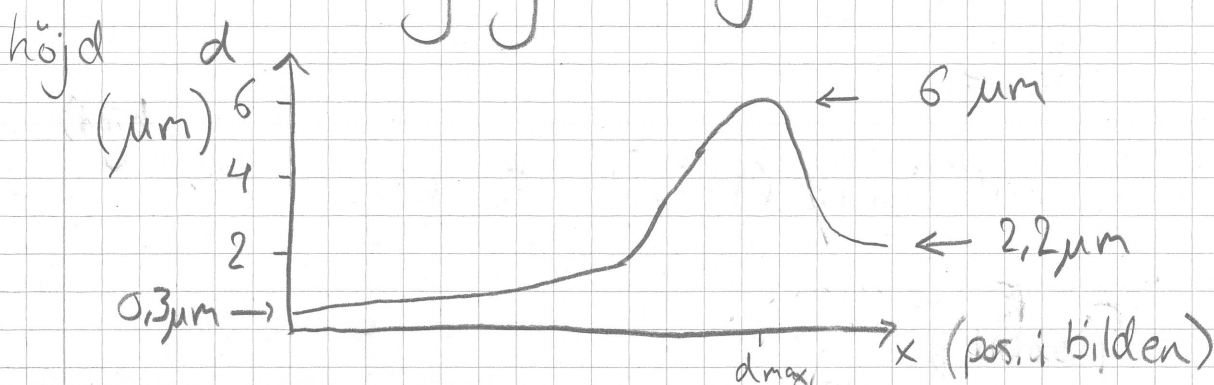
Deformation - ILMP 2005-01-11

51

Givet: spridningsmönster från Michelson-interferometer med $\lambda = 633 \text{ nm}$

Sökt: Plotta höjdvariationerna i spegeln längs med svarta linjen

Varje svart frans (destruktiv interferens) betyder en halv våglängd i höjdskillnad Δd



Optiska vägstillnaden vid $i = 0$ (vinkelrät reflektion) ges av (jämför tunnt skikt) för en viss punkt på spegeln

$$\Delta OPL = 2nd = 2d$$

$\uparrow$
 $n=1$ i luft

Maximal destruktiv interferens fås vid

$$\Delta OPL = (m + \frac{1}{2})\lambda, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$$

Stillnaden i vägg mellan 2 svarta fransar är alltså

$$\Delta OPL_2 - \Delta OPL_1 = (m_2 + \frac{1}{2})\lambda - (m_1 + \frac{1}{2})\lambda = \text{som ligger bredvid varandra } (m_1 = m_2 \pm 1)$$

$$= (m_2 - m_1)\lambda = \Delta m \lambda, \quad \text{där } \Delta m = \pm 1$$

Detta bestämmer höjdskillnaden $\Delta OPL_2 - \Delta OPL_1 = 2d_2 - 2d_1 = \Delta m \lambda = 2\Delta d$

$$\Rightarrow \Delta d = \frac{\lambda}{2} \Delta m$$

Eftersom $\Delta m = \pm 1$ ser vi ingen stillnad på toppar

och bottnar i spegeln. Förutsatt de ljusa centret i cirkelarna är en topp i spegelns topografi så kommer de svarta franserna runt omkring motsvara en nedgång med $316,5 \text{ nm}$ (hel period)

Åt vänster i bilden har vi 18 fransar

$$\Rightarrow \Delta d = \frac{18\lambda}{2} = 5697 \text{ nm} = 5,7 \mu\text{m}$$

Åt höger i bilden har vi 12 fransar

$$\Rightarrow \Delta d = \frac{12\lambda}{2} = 3798 \text{ nm} = 3,8 \mu\text{m}$$

Ultraljudskontroll - FBDMTI 2009-08-17

B3 Givet: Ultraljudsvåg från fjärrkontroll (i luft)

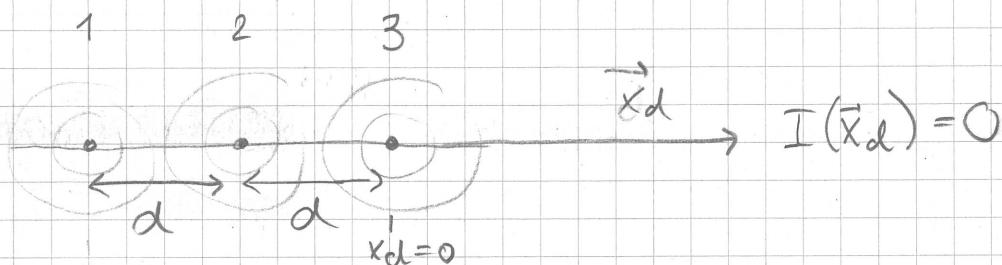
Förstärkning $s = \frac{A}{r} \sin(kr - \omega t + \delta)$

$$A = 2 \cdot 10^{-9} \text{ m}^2, \quad \omega = 188\,000 \text{ rad/s},$$

$$k = 589 \text{ rad/m} \Rightarrow \lambda = \frac{2\pi}{k} = 10,67 \text{ mm}$$

3 elektriskt kontrollerade sändare med samma frekvens och fas, placerade på rad

Sökt: Avstånd d mellan dem så $I=0$ längs $\vec{x}_d$



Vid en viss tidpunkt t_0 i en viss punkt x_0 längs $\vec{x}_d$ kommer avståndet r från de 3 sändarna att vara:

$$r_1 = x_0$$

$$r_2 = x_0 + d$$

$$r_3 = x_0 + 2d$$

Detta ger en total förstärkning

$$S_{\text{tot}} = S_1 + S_2 + S_3 = \frac{A}{r_1} \sin(\underbrace{kr_1 - \omega t_0 + \delta}_{\phi_1}) + \frac{A}{r_2} \sin(\underbrace{kr_2 - \omega t_0 + \delta}_{\phi_2}) + \frac{A}{r_3} \sin(\underbrace{kr_3 - \omega t_0 + \delta}_{\phi_3})$$

Vid stora x_0 är $\frac{A}{r_1} \approx \frac{A}{r_2} \approx \frac{A}{r_3} \approx \frac{A}{x_0}$

fy $x_0 + d \approx x_0$ då $d \ll x_0$

Detta betyder att S_{tot} bräntas till

$$S_{\text{tot}}(x_0 \gg d) \approx \frac{A}{x_0} (\sin \phi_1 + \sin \phi_2 + \sin \phi_3) =$$

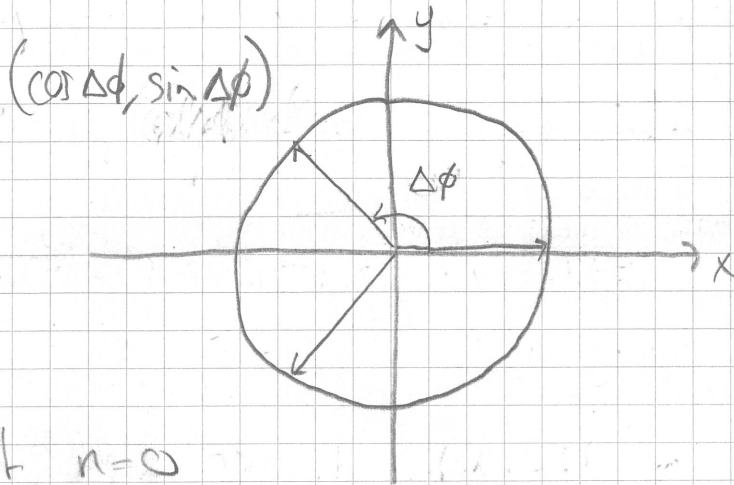
$$= \frac{A}{x_0} (\sin \phi_1 + \sin(\phi_1 + \Delta\phi) + \sin(\phi_1 + 2\Delta\phi)) \quad \text{där } \Delta\phi = kd = \frac{2\pi d}{\lambda}$$

Om $I(\vec{x}_d) = 0 \quad \forall x_d < 0 \text{ och } \forall t$

så måste $S_{\text{tot}} = 0 \quad \forall \phi_1$

$$\Rightarrow \sin(0) + \sin(\Delta\phi) + \sin(2\Delta\phi) = 0$$

Detta fås endast om $\Delta\phi = 2\pi(n + \frac{1}{3})$, $n = 0, \pm 1, \pm 2$
vilket ses lätt i enhetscirkeln



Sätt $n=0$

$$\Rightarrow \Delta\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow d = \frac{\lambda}{3} = \underline{\underline{3,6 \text{ mm}}}$$

∴