Tentamen, del 1
SF1524
Grundläggande numeriska metoder och programmering
Onsdag 7 juni 2017 kl 8.00-11.00

Namn: ....

Personnummer:... **Program och årskurs:** ....

Max antal poäng är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 12 poäng. Endast ett korrekt svar per uppgift. Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på dessa papper. Skriv namn och personnummer på varje sida.

1. Ekvationen $1 - x + x^2/4 + 3x^3/2 - 3x^4/4 = 0$ har en rot nära -1 och en rot nära 2.

(2p) a. En iteration med Newtons metod och startgissning $x_0 = 1$ ger x_1 lika med:

☐ 1/2 ☐ 1 ☐ 0 ☐ -3/2

☐ -1 ☐ 2 ☐ -1/2 ☐ 1/2

(1p) b. Om vi fortsätter iterera med Newtons metod

☐ konvergerar metoden mot roten nära -1
☐ konvergerar metoden mot roten nära 2
☐ metoden konvergerar inte mot någon av rötterna

2. Differentialekvationssystemet

$$\frac{d^2y}{dt^2} = z\frac{dy}{dt} + z^2 + t - 3, \quad \frac{dz}{dt} = -y + 2\frac{dy}{dt} - 1$$

skrivs om som ett system av n st första ordningens differentialekvationer.

(1p) **a)** Vad blir n?

☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ Det är omöjligt att säga.

(1p) **b)** Om Eulers metod används för att lösa systemet, hur många begynnelsevärden krävs?

☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ Det är omöjligt att säga.

(2p) **3.** Givet funktionen $f(x) = x^4 + 3x^2$ där $x = 1 \pm 0.03$. Hur stor är osäkerheten i f?

☐ 0.03	☐ 0.12
☐ 0.06	☐ 0.3
☐ 0.1	☐ 0.5

4. Funktionen nedan är given.

```
function y = foo(x, a)
while a < 3
  a = a + 4;
end
for i=1:2
  if a > x
    a = a - 1;
  else
    x = x - 1;
  end
end
y = a - x;
```

(2p) Resultatet av anropet `foo(12, 1)` blir

☐ -1	☐ 1	☐ 5	☐ -5
☐ 12	☐ -11	☐ 10	☐ 12

5. Mätpunkterna nedan skall anpassas till ekvationen $a \cdot \sin(x) + b \cdot \cos(x) = y$

x	0	π / 2	π
y	1	1.5	0.4

med minsta kvadratmetoden. Det leder till det överbestämda ekvationssystemet $A\mathbf{c} \approx \mathbf{y}$ där kolumnvektorn $\mathbf{c}$ ska bestämmas.

(1p) a. Vilken dimension får matrisen A (rader $\times$ kolumner)?

☐ 2×2	☐ 2×4	☐ 3×2
☐ 2×3	☐ 3×1	☐ 3×3

(2p) b. Vad blir a och b?

☐ $a = 1$ och $b = 1.5$	☐ $a = 1.5$ och $b = 1$
☐ $a = 1$ och $b = 0.4$	☐ $a = 0.4$ och $b = 1$
☐ $a = 1.5$ och $b = 0.3$	☐ $a = 0.3$ och $b = 1.5$
☐ $a = 1.5$ och $b = 0.4$	☐ $a = 0.4$ och $b = 1.5$

6. Integralen

$$\int_{-1}^{2} \frac{2}{x^2+2}dx$$

approximeras med trapetsregeln.

(2p) **a)** Vad blir det approximativa värdet om steglängden $h = 1$?

☐ 0 ☐ 1/6 ☐ 2/3 ☐ 5/3 ☐ 13/6 ☐ 17/6

(1p) **b)** Om diskretiseringsfelet i **a)** (när h=1) betecknas med e. Hur stort blir diskretiseringsfelet om integrationsintervallet delas in i 12 delintervall?

☐ $e/2$ ☐ $e/4$ ☐ $e/8$ ☐ $e/16$ ☐ $e/32$ ☐ $e/64$

7. (2p) En iterativ metod har används till att lösa den ickelinjära ekvationen $e^x - x\cos(x) = 0$. Tabellen nedan visar felet e_i vid iteration i

i	1	2	3
e_i	$2.40 \cdot 10^{-2}$	$2.33 \cdot 10^{-4}$	$2.22 \cdot 10^{-8}$

Vilken konvergensordning har metoden?

☐ 1 ☐ 4

☐ 2 ☐ 5

☐ 3 ☐ 6

8. Givet tabellen nedan

x	2	4	7
$y(x)$	4	5	2

(2p) **a.** Skatta $y(5)$ med styckvis linjär interpolation. Vad blir skattningen av $y(5)$?

☐ 5 ☐ 3 ☐ 1

☐ 4 ☐ 2 ☐ 0

(1p) **b.** Rungesfenomen kan uppträda när man

☐ interpolerar med en andragradspolynom

☐ interpolerar med polynom av hög grad genom ekvidistanta punkter

☐ använder styckvis linjär interpolation

☐ använder fler datapunkter än det interpolerande polynomets grad

☐ använder minsta kvadratmetoden