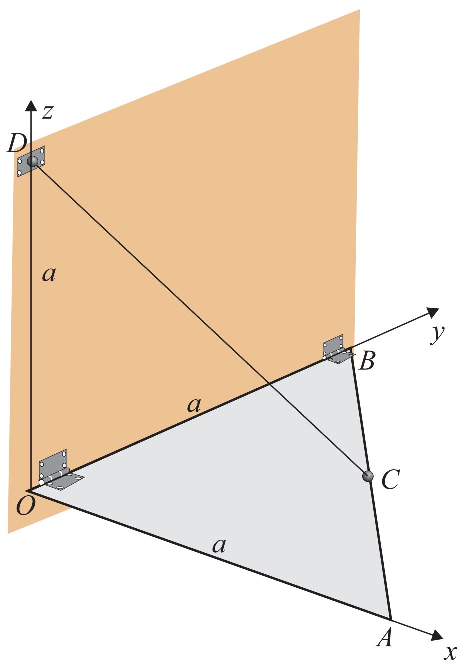
Tentamen, SG1109, 21/8, 2017

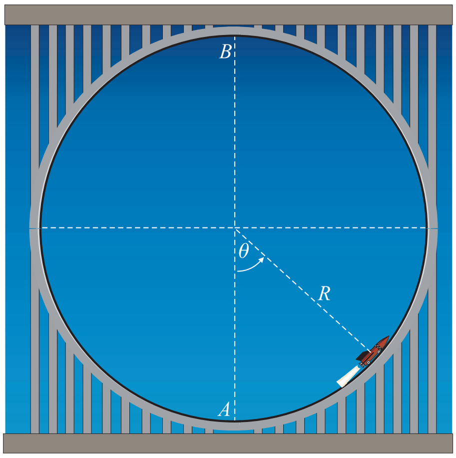
Tillåtna hjälpmedel: Penna och övriga ritdon. Inget annat.

Problemdel

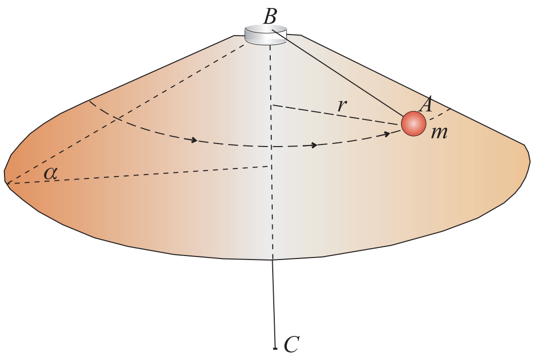
1. En triangelskiva med massan m är upphängd i två glatta gångjärn längs y-axeln och i en lina som går mellan punkterna C och D, enligt figuren. Sidorna OA och OB har båda längden a liksom avståndet mellan O och D. Vinkeln AOB är rät, punkten C ligger mitt emellan punkterna A och B och z-axeln är en vertikal axel. Bestäm beloppet av spännkraften i linan! Ledning: masscentrum för en triangel ligger på en tredjedel av dess höjd räknat från basen, oberoende av vilken sida som man räknar som bas.



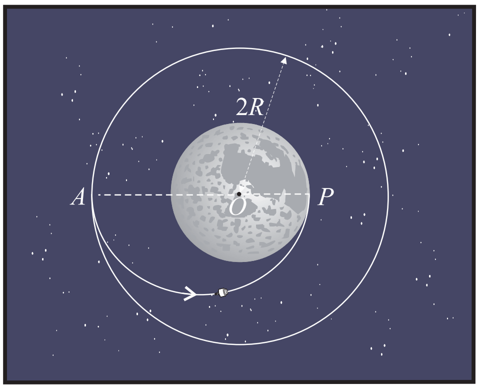
2. Ett raketdrivet fordon med massan m kan röra sig inne i vertikal cirkelformad ramp med radien R, enligt figuren. Fordonen drivs av en raketmotor med konstant dragkraft T i rörelseriktningen. Fordonet startar från stillastående i lägsta punkten A. Bestäm normalkraften från rampen på fordonet som funktion av vinkeln θ! Bestäm också vad den minsta dragkraften är för att fordonet ska fullborda ett helt varv!



3. En partikel med massan m rör sig i en cirkelbana med radien r över en kon med hastigheten v_0. Den hålls kvar i banan med hjälp av en tråd som löper från B till A. Tråden bildar vinkeln α med horisontalplanet. Bestäm normalkraften från konen på partikeln och spännkraften i tråden!



4. En månlandare ska sättas ner på månens yta från en moderfarkost som ligger i en cirkulär bana med radien $2R$, där R är månens radie. Man vill att månlandaren ska färdas i en bana från A till P enligt figuren. För att månlandaren ska gå in i denna bana måste man bromsa in den i förhållande till moderfarkosten. Bestäm den hastighetsminskning i punkten A som krävs för att möjliggöra detta! Tyngdaccelerationen vid månens yta är g_m.



Teoridel

1. En framhjulsdriven bil färdas med konstant fart längs en rak horisontell vägsträcka. Rita ett friläggningsdiagram av bilen, sätt ut och namnge alla de krafter som den påverkas av och ställ upp kraftekvationen i horisontell och vertikal led! (3p).

2. Definiera kraftmomentet, M_λ, med avseende på en axel λ och visa att det är oberoende av vilken momentpunkt man utgår från på axeln! (2p)

3. Formulera och bevisa sambandsformeln för ett kraftsystem! (2p)

4. Härled uttrycken för hastighet och acceleration i cylinderkoordinater! Det ska ingå en härledning av tidsderivatorna av $\mathbf{e}_r$ och $\mathbf{e}_\theta$. Lämpliga figurer ska ingå. (3p)

5. En partikel glider med hastigheten v_o längs en bana i vars lägsta punkt krökningsradien är ρ. Bestäm normalkraften på partikeln i denna punkt! (2p)

6. Härled uttrycket för den potentiella energin för Newtons allmänna gravitationskraft $\mathbf{F} = -G\frac{Mm}{r^2}\mathbf{e}_r$. (2p)

7. Härled ett uttryck för perioden för små svängningar för en matematisk pendel, d v s en partikel med massan m som som är upphängd i ett snöre med längden l. (2p)

8. Härled uttrycket för den första kosmiska hastigheten som är den hastighet en satellit har som färdas kring jorden i en cirkulär bana på låg höjd! (2p)

9. Härled uttrycket, $E = \frac{m(GM)^2}{2h^2}(e^2-1)$, för den totala energin vid Keplerrörelse. Figur ska ingå! (3p)

10. Visa att den maximala längden för ett spjut som kastas på slätt underlag med en given utgångshastighet fås för en utgångsvinkel som är fyrtiofem grader! (Du kan bortse från luftens inverkan på spjutet.) (3p)