



KTH Datavetenskap  
och kommunikation

# Spektrala transformer

## Laboration: bildbehandling

### Introduktion

Den här laborationen kommer du att få experimentera med enkel linjär bildbehandling i MATLAB. Du kommer att få bygga upp ett filter från grunden och sedan testa olika filter med avseende på prestanda och resultat.

### Linjär bildbehandling och faltning i 2D

Inom bildbehandling är faltning (eng. *convolution*) en av de absolut vanligaste operationerna. En faltning kan ses som en summa av förskjutna versioner av den ena signalen/bilden där varje term är multiplicerad med en koefficient - dessa koefficienter utgör *impulssvaret*, eller *filterkärnan* som det ofta benämns i bildsammanhang. Notera att vid faltning i 2D är oftast impulssvaret/kärnan centrerat kring origo, emedan endimensionella filter för ljudsignaler ofta har sin *början* i origo. Faltning i två dimensioner kan vara en krävande operation om man har att göra med stora filterkärnor, så därför behöver man ibland utnyttja olika egenskaper hos filterkärnan för att snabba upp beräkningarna.

Filter i 2D kan användas för många ändamål - lågpasfilter kan användas för att göra bilder oskarpa, reducera högfrekvent brus eller när man vill skala om en bild (omsampling). Olika typer av högpasfilter kan användas för att detektera kanter i bilden eller förhöja skärpan, mm.

### Utförande

Du ska utföra ett antal uppgifter med hjälp av Matlab, och svara på de frågor som ställs i peket. Laborationen utföres självständigt, antingen enskilt eller i grupp om två. Börja med att hämta `lab-improc.zip` från kurswebsidan.

I matlabkoden i peket används genomgående konventionen att skriva all kod med `skrivmaskinsstil`. Den kod som efterfrågas (och ska redovisas) ska ofta vara i form av matlabfunktioner. Ofta beskrivs även hur du kan testa att funktionen gör vad den ska. Du gör klokt i att skriva dessa tester i m-filer (behöver *ej* vara funktioner) för att göra själva testandet rationellt och konsekvent.

Var noga med att dokumentera vad du gör och spara kod, plottar, bilder, och vad det kan vara till redovisningstillfället, då du ska redogöra för hur du kommit fram till dina resultat.

### Faltning med matrisindexering

Med hjälp av matlabs syntax för att indexera submatriser kan vi implementera faltning direkt på kommandoraden. Antag att  $I$  är en matris som representerar en bild.  $I_{sub}=I(3:end-2,3:end-2)$  är då ett utsnitt av bilden från tredje till tredje sista raden och kolumnen, dvs hela  $I$  utom en 2-pixels ram. Detta utsnitt kan flyttas uppåt och nedåt, till höger och vänster genom att

ändra indexeringen. Genom att addera flera inbördes förskjutna matriser, multiplicerade med en konstant, erhålles alltså en 2D faltning.

### Matlab-tips

För att läsa in en bild i matlab använder man funktionen `imread()`. Den läser de flesta format och returnerar en matris av pixelvärden mellan 0 och 255. Det finns dock två problem man kan stöta på: vissa format returnerar matriser av heltalstyp och dessa måste konverteras till `double` för att fungera som vanliga matlab-matriser.

`I=double(imread('minbild.gif'))` gör detta.

Färgbilder returneras som en  $M \times N \times 3$ -matris. Dessa kan konverteras till en vanlig 2D-gråskalematis genom att ta medelvärdet av de tre färgplanen.

`mean(imread('minbild.gif'),3)` tar hand om detta.

Sammantaget innebär detta att följande rad troligtvis är bra om man vill kunna läsa in många olika typer av filer till kodaren med minimal anpassning:

```
I = mean(double(imread('minbild.gif')),3);
```

För att visa bilden kan man använda kommandot `imshow(I, [])`

### Uppgift 1: läs in en bild och gör den lite oskarp

Välj ut en bildfil som du vill jobba med. Gärna en som har gott om skarpa kanter. Läs in bilden till matrisen  $I$ . Använd sedan tekniken med matrisindexering för att skriva ett uttryck som faltar  $I$  med en  $3 \times 3$  rullande-medelvärdeskärna:

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Plotta originalbild och filtrerad bild sida vid sida (använd `subplot()` och `imshow(I, [])`)

Ett enklare sätt att falta i matlab är att använda `conv2()` eller `filter2()`. Läs på i `help` om dessa båda funktioner, och jämför resultatet av ditt faltningsuttryck med de inbyggda funktionerna. Vad skiljer?

*Att redovisa: matlab-uttryck*

### Gauss-filter

Rullande medelvärde är enkelt att implementera och applicera, men inte alltid optimalt. Ett problem är t.ex. att filtret inte påverkar bilden lika i alla riktningar (varför inte?). Ofta vill man också ge större inflytande åt pixlarna i mitten av kärnan än de längs kanterna.

Ett filter som uppfyller dessa krav och ofta används för oskarpa/lågpass är gauss-filtret där kärnan ges av den klassiska *gaussklockan* i två dimensioner:

$$h(x, y) = ke^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$$

Där  $k$  är en konstant skalfaktor,  $x$  och  $y$  motsvarar horisontella och vertikala dimensionerna, samt  $\sigma$  bestämmer gaussklockans bredd. Förutom att detta filter behandlar bilden lika i alla riktningar, så har det den stora fördelen att vara linjärt separerbart i  $x$ - och  $y$ -led. Det innebär att faltningen kan delas upp i två oberoende steg.

## Uppgift 2: mera oskärpa!

Visa att gaussfiltret är linjärt separerbart! Läs i S.W.Smith, kap. 24 om separerbara filterkärnor (Convolution by separability) om du känner dig osäker. Skriv sedan en funktion för gaussisk oskärpa enligt nedanstående prototyp:

```
function J=gaussblur(I,N)
%
% blur an image using a gaussian kernel
%
% input:
%   I (matrix) - image to be blurred
%   N (integer) - desired size of the gaussian kernel
% output:
%   J (matrix) - blurred image
```

Funktionen ska alltså skapa ett gauss-filter av önskad storlek ( $N$ ) - centrerat kring  $\frac{N}{2}$  och sedan filtrera bilden  $I$  med detta. Det är ok att anropa t.ex. `filter2()` inifrån funktionen. Funktionen *skall* utnyttja separerbarheten för att bli så snabb som möjligt!

För att inte påverka bildens absoluta ljusstyrka nivå är det även viktigt att filterkärnans element summerar till ett (precis som moving-average-filtret i uppgift 1). Enklaste sättet att åstadkomma detta är att dela alla filterkärnans element med totalsumman.

Välj  $\sigma = \frac{N}{6}$ . (Ett praktiskt problem är ju att gauss-funktionen aldrig riktigt blir noll, dvs man måste trunkera impulssvaret någonstans. I praktiken brukar man i bildbehandlingstillämpningar anse att funktionen är "tillräckligt liten" vid avståndet  $3\sigma$  från mitten på kärnan, vilket ger  $\sigma = \frac{N}{6}$ .)

Testa filtret på bilden `lynn-eyes-halftone.png`, med olika storlek på kärnan, och jämför resultaten.

## Kantdetektion och högpäss

En vanlig tillämpning av bildfilter inom bl.a. datorseende är att hitta kanter i bilden. Det kan man göra genom att beräkna bildens *gradient* i  $x$ - resp.  $y$ -led. Den s.k. *Sobel – operatorn* gör detta:

$$H_X = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad H_Y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Om man filtrerar en bild med dessa två kärnor får man alltså gradientens  $x$ - respektive  $y$ -komponenter, vi kan kalla dem  $G_X$  och  $G_Y$ . Dessa kan kombineras till för att få gradientens belopp:

$$g_{i,j} = \sqrt{g_{x,i,j}^2 + g_{y,i,j}^2}$$

där  $g_{x,i,j}$  motsvarar pixeln på rad  $i$ , kolumn  $j$  av  $G_X$ .

## Uppgift 3: sobeloperatorn

Beräkna gradienterna  $G_X$ ,  $G_Y$  samt beloppet  $G$  enligt ovan för bilden `terracotta-wall.jpg`, och plotta sida vid sida. Studera och kommentera.  
*att redovisa: kod, bilder och kommentarer.*

#### Uppgift 4: högpasfilter

Ett sätt att se på ett högpasfilter är som motsatsen till ett lågpasfilter. Dvs det släpper igenom allt det lågpasfiltret stoppar och tvärt om. Detta faktum kan vi utnyttja för att "bygga om" ett lågpasfilter till ett högpas. Om vi tar skillnaden mellan en bild och den lågpasfiltrerade versionen av samma bild så borde det som blir kvar vara "högpas-delen". För att det ska fungera krävs att lågpas kärnans alla element summerar exakt till ett. Skriv några matlab-rader som högpasfiltrerar en bild på detta sätt baserat på *gauss*-oskärpefiltret du gjorde i uppgift 2!

Notera: Subtraktionen mellan originalbild kan även implementeras direkt i filterkärnan. Då kommer filterkärnan summeras till noll. Alltså: för lågpas summerar filterkärnan till *ett* och för högpas till *noll*. Hur kan detta tolkas/förklaras i *frekvensdomänen*?

*att redovisa: kod, bilder och kommentarer.*

#### Uppgift 5 (frivillig): Filtrering i frekvensdomänen

Nu ska du pröva att göra samma sak i frekvensdomänen. Kom ihåg faltningsteoremet: en faltning i spatial-domänen motsvarar en multiplikation i frekvensdomänen. Det handlar alltså om att transformera bilden till frekvensdomänen med hjälp av FFT (Fast fourier transform) - för bilder heter matlab-kommandot `fft2()` - multiplicera med filtrets frekvensdomänsrepresentation och sedan transformera tillbaka. Det finns ett användbart matlabkommando som heter `fftshift()`. Det möblerar om lite i resultatet från FFT:n så att frekvensen noll hamnar i mitten och höga frekvenser utåt kanterna, istället för noll vid kanterna och höga frekvenser i mitten. Det blir mer intuitivt så. Börja med att transformera en bild med `fftshift(fft2(I))` och studera resultatet med `imshow(X, [])`. Det är en komplex matris så du behöver ta beloppet eller realdelen för att kunna visa den som en bild. Du kan också behöva laborera med andra argumentet till `imshow` för att få något annat än en svart bild.

För att få filterkärnans frekvensrepresentation kan man förstås också använda FFT, men här ska vi istället direkt specificera hur filtret ska se ut i frekvensdomänen, och tillämpa maskning, dvs sätta vissa frekvensområden till noll. Bestäm en radie (ett lämpligt utgångsvärde kan vara t.ex. 20) - det är filtrets brytfrekvens. Frekvensskalan utgår från bildens mitt, så ett lågpasfilter fås genom att sätta alla punkter som ligger utanför radien till noll. För ett högpasfilter gäller det omvända.

Resultatet av maskningen transformeras sedan tillbaka till spatialdomänen med `ifft2(fftshift())`. Resultatet kommer vara en komplex matris, så du behöver ta realdelen för att kunna visa den som bild.

Plotta originalbild och filtrerad bild sida vid sida. Testa både högpas och lågpas för olika brytfrekvenser.