Tentamen, del 1 – Svar
SF1524
Grundläggande numeriska metoder och programmering
Tisdag 5 juni 2018 kl 8.00-11.00

Namn: ....

Personnummer: ....

Program och årskurs: ....

Max antal poäng är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 12 poäng. Endast ett korrekt svar per uppgift. Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).
Skriv svaren på dessa papper. Skriv namn och personnummer på varje sida.

(3 p) **1.** Modellen $y(x) = \frac{\alpha}{x} + 2\beta x$ ska anpassas till punkterna i tabellen nedan i minstkvadratmening.

x	-1	1/2	1
y	1	1	-1

Det leder till det överbestämda ekvationssystemet $A\mathbf{c} \approx \mathbf{y}$ där kolumnvektorn $\mathbf{c}$ ska bestämmas.

Vad blir α och β?

- ☐ $\alpha = 5/2$ och $\beta = 5/2$
- ☒ $\alpha = 1$ och $\beta = -1$
- ☐ $\alpha = 1/2$ och $\beta = 1/2$
- ☐ $\alpha = -2$ och $\beta = 1/2$
- ☐ $\alpha = -1$ och $\beta = 3/4$
- ☐ $\alpha = 1$ och $\beta = 0$
- ☐ $\alpha = 0$ och $\beta = 0$
- ☐ $\alpha = 2$ och $\beta = -1$

(2 p) **2.** Integralen

$$\int_0^1 \frac{(\cos(\pi x) + 1)}{2x + 1} dx$$

approximeras med trapetsregeln. Vad blir det approximativa värdet om steglängden $h = 0.5$?

☐ 0 ☐ 1/2 ☒ 3/4 ☐ 5/4 ☐ 2 ☐ 5/2 ☐ 3

(2 p) **3.** Vilka utsagor är rätt och vilka är fel?
(Poängsättning: 1-4 korrekta svar = 0 p, 5-6 korrekta svar = 2 p.)

a) Intervallhalvering används för att lösa första ordningens differentialekvationer.

☐ rätt ☒ fel

b) Ju större konditionstal ett linjärt ekvationssystem har desto känsligare är systemet för störningar.

☒ rätt ☐ fel

c) Trapetsmetoden ger ett exakt värde vid integrering av ett linjärt polynom.

☒ rätt ☐ fel

d) Newtons metod kan användas för att approximera $\sqrt{2}$.

☒ rätt ☐ fel

e) Vid numerisk approximation av begynnelsevärdesproblem är explicita metoder alltid att föredra framför implicita metoder.

☐ rätt ☒ fel

f) Matrisen i normalekvationerna är symmetrisk.

☒ rätt ☐ fel

4. Differentialekvationen

$$y''(t) + \epsilon(t^2 - 1)y'(t) + y(t) = 0, \quad t \geq 0,$$
$$y(0) = 1,$$
$$y'(0) = 0,$$

ska skrivas om som ett system av första ordningen, där ϵ är en positiv parameter.

(1p) **a.** Vilket av nedanstående system ger en korrekt omskrivning av differentialekvationen?

- [ ] $u_1' = u_2$, $u_2' = -\epsilon(u_1^2 - 1)u_1 + u_2$
- [ ] $u_1' = u_2$, $u_2' = -\epsilon(t^2 - 1)u_2' - u_1'$
- [ ] $u_1' = u_1$, $u_2' = -\epsilon(t^2 - 1)u_2 - u_1$
- [x] $u_1' = u_2$, $u_2' = -\epsilon(t^2 - 1)u_2 - u_1$
- [ ] $u_1' = u_2$, $u_2' = u_3$, $u_3' = -\epsilon(t^2 - 1)u_3 - u_2$

(1p) **b.** Vilket av nedanstående uppsättning begynnelsevillkor hör till rätt svar i uppgift **a.** ?

- [ ] $u_1(0) = 1$, $u_2(0) = 0$, $u_3(0) = 0$
- [ ] $u_1'(0) = 1$, $u_2''(0) = 0$
- [ ] $u_1(1) = 0$, $u_2(0) = 0$
- [x] $u_1(0) = 1$, $u_2(0) = 0$
- [ ] $u_1'(0) = 1$, $u_2'(0) = 0$

(2 p) **5.** Ekvationen $f(x) = x^2 - 4$ har en rot $x = 2$. Om man tar ett steg med Newton-Raphsons metod och startgissningen $x_0 = 1$ så blir x_1?

- [ ] $-1/2$
- [ ] $1/2$
- [ ] $3/2$
- [x] $5/2$
- [ ] 0
- [ ] 1
- [ ] 2
- [ ] 3

(2 p) **6.** Matlabkoden för de konvergenta fixpunktiterationerna

```
N=10;
x=1;
for n=1:N
    x=-1/(1+2*abs(x));
end
display(x)
```

ger en utskrift som är närmast

☐ 0	☐ 0.5	☐ -0.75
☐ 0.25	☒ -0.5	☐ ∞
☐ -0.25	☐ 0.75	☐ inget, koden fungerar ej.

Matlabkommandot `help abs` ger utskriften "`abs Absolute value. abs(X) is the absolute value of the elements of X.`"

(2 p) **7.** Funktionen nedan är given.

```
function y = foo(x, a)
i=0;
for k=x
    if(k>a)
        i=i+1;
        m(i)=k;
    end
end
y=m(i);
end
```

Resultatet av anropet `foo([1 7 4 0], 2)` blir

☐ 0	☐ 2	☒ 4	☐ 6
☐ 1	☐ 3	☐ 5	☐ 7

(3 p) **8.** Begynnelsevärdesproblemet

$$\begin{aligned} y'(t) &= \sin(y(t)+u(t))^{7/2}, & y(0) &= 1, \\ u'(t) &= (t+1)y^2(t), & u(0) &= 1, \end{aligned}$$

löses med framåt Euler (explicit Euler) och steglängd $h = 0.5$. Vad blir approximationen till $u(0.5)$?

- ☒ $3/2$
- ☐ 3
- ☐ $\pi/4$
- ☐ -1
- ☐ $\sin(2)^{7/2}$
- ☐ $1 + \cos(2)$
- ☐ 1
- ☐ 0

(2 p) **9.** En numerisk kvadraturmetod har använts för att beräkna en integral. Tabellen nedan visar felet e_h vid steglängd h

h	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$
e_h	$4.02 \cdot 10^{-2}$	10^{-2}	$2.50 \cdot 10^{-3}$	$6.25 \cdot 10^{-4}$

Vilken noggrannhetsordning har metoden?

☐ 1 ☒ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6