

**Lösningar till teoritentamen i Algoritmer, datastrukturer och komplexitet
2018-12-17**

1. (4 p) Är följande påståenden sanna eller falska? För varje deluppgift ger riktigt svar 1 poäng och ett *övertygande motiverat* riktigt svar 2 poäng.

a) $\frac{3n^2}{\log n} + n \log n \in o(n^2)$.

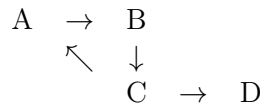
Sant. Påståendet säger att vänsterledet växer långsammare än n^2 asymptotiskt. Vi måste därför kontrollera att gränsvärdet för kvoten är 0.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{3n^2}{\log n} + n \log n}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3}{\log n} + \frac{\log n}{n} = 0$$

- b) Tidskomplexiteten för breddenförstökning i en gles riktad graf blir bättre om grafen implementeras med grannmatris än med grannlistor.

Falskt. Vid breddenförstökning behöver algoritmen gå igenom alla utgående kanter från varje hörn. Om grafen lagras med grannmatris tar detta för varje hörn linjär tid i antalet hörn, så söktiden blir kvadratisk. Om grafen lagras med grannlistor blir söktiden istället linjär i antalet kanter. För glesa grafer är därför grannlistor betydligt mer effektivt.

2. (3 p) A, B, C och D är beslutsproblem. Anta att B är NP-fullständigt och att man känner till polynomiska Karpreduktioner mellan problemen så här (en reduktion av A till B tecknas här $A \rightarrow B$):



Vad vet man då om komplexiteten för A, C och D? Sätt ett kryss i tabellen nedan för det man säkert vet och en ring för det som är möjligt men som man inte vet säkert.

	ligger i NP	är NP-fullständigt	är NP-svårt
A	X	X	X
C	X	X	X
D	o	o	X

3. (2 p) Anta att X är ett optimeringsproblem (taget från verkligheten) som man skulle vilja lösa, men som man efter modellering (matematisk formulering) visat är NP-svårt. Ange fyra angreppssätt som tagits upp i kursen som kan göra att man ändå får fram tillfredsställande lösningar till det verkliga problemet.

- begränsa problemet (genom att ta hänsyn till egenskaper hos det verkliga problemet)
- lös problemet med totalsökning för små indata
- konstruera en approximationsalgoritm för problemet
- konstruera heuristiker för problemet

4. (2 p; 1 p för a och 1 p för b)

a) Vad är den engelska termen för *totalsökning*?

Exhaustive search (eller brute-force search).

b) Vad är den svenska termen för *undecidability*?

Oavgörbarhet.

5. (3 p; 1 p för a och 2 p för b)

a) Definiera begreppet *approximationskvot* för en approximationsalgoritm för ett minimeringsproblem.

Approximationskvoten för en approximationsalgoritm är en garanti för hur långt bort från den optimala lösningen (OPT) approximationsalgoritmens lösning (APPROX) får vara. För ett minimeringsproblem är approximationskvoten en övre gräns för $\frac{APPROX}{OPT}$.

b) Definiera komplexitetsklassen *NP*. (Ge bara *en* definition.)

Mängden av beslutsproblem som har en verifieringsalgoritm som kan verifiera ja-lösningar i polynomisk tid. Det betyder att verifieringsalgoritmen, som tar instansen och en lösningssträng som indata, i polynomisk tid svarar nej för varje nej-instans, oavsett lösningssträng, och att det för varje ja-instans finns en polynomiskt lång lösningssträng så att verifieringsalgoritmen svarar ja.

En alternativ definition av NP:

Mängden av beslutsproblem som kan lösas av en ickedeterministisk turingmaskin i polynomisk tid. Det betyder att för varje ja-instans finns det en polynomiskt lång kedja av tillåtna övergångar som leder fram till accepterande tillstånd, men för varje nej-instans finns det inte någon kedja av tillåtna övergångar som leder fram till accepterande tillstånd.

Alla kursregistrerade får inom kort en kursenkät som var och en uppmanas att svara på så snart som möjligt. Stefan, Viggo och 2019 års elever på kursen tackar på förhand!

Vill du ha högre betyg på mästarproven? Om du efter (om)mästarproven har godkänt på båda mästarproven och minst betyg C på det ena så kan du höja dina mästarprovsbetyg genom den muntliga tentan 9-10 januari 2019, se Canvas. Om du klarade uppgift 1 och 3 på mästarprov 2 så räcker det att du klarar en C-uppgift på muntan för att få A på mästarprov 2.

Det går också bra att i senare kursomgångar plussa mästarproven.

Ommästarproven läggs idag upp i Canvas.