

Tentamen del 1**SF1524, 2019-06-05, kl 8.00-11.00,**

Grundläggande numeriska metoder och programmering

Namn:

Personnummer:..... Program och årskurs:

Max antal poäng på denna del är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 11 poäng. Endast ett korrekt svar per uppgift. Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren på dessa papper. Skriv namn på varje sida.

- (2 p) 1. Modellen $y(x) = \alpha + \beta \sin(\frac{\pi}{2}x)$ ska anpassas till punkterna i tabellen nedan i minstakvadratmening.

x	-2	-1	0	1	2
y	1	2	1	0	1

Det leder till det överbestämda ekvationssystemet $\mathbf{A}\mathbf{c} \approx \mathbf{y}$ där kolumnvektorn $\mathbf{c}$ ska bestämmas med minstakvadrat-metoden. Vad blir β ?

☐ $\beta = -2$ ☐ $\beta = -1$ ☐ $\beta = 0$ ☐ $\beta = 1$ ☐ $\beta = 2$

- (2 p) 2. Givet ekvationen

$$\cos(2\pi x) = \int_{-x}^x e^t dt.$$

En iteration med Newtons metod och startgissning $x_0 = 0$ ger x_1 lika med:

☐ 0 ☐ $e/4$ ☐ $-1/2$ ☐ $1/4$
☐ $1/2$ ☐ $1/e$ ☐ $-2/e$ ☐ $-1/4$

3. En numerisk metod har använts för att beräkna en integral. Felen i approximationen för några steglängder h ges av

h	0,04	0,02	0,01
fel	$63,6 \cdot 10^{-5}$	$7,8 \cdot 10^{-5}$	$1,0 \cdot 10^{-5}$

- (2p) Vad har metoden för noggrannhetsordning?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6

- (2 p) 4. Låt $p(x)$ vara det tredjegradspolynom som interpolerar punkterna i tabellen nedan, dvs $p(x_i) = y_i$.

x_i	-2	-1	1	2
y_i	0	0	0	1

Vad blir $p(0)$?

☐ 0 ☐ -1 ☐ -1/4 ☐ -1/12 ☐ -1/2 ☐ -1/6

5. Integralen

$$\int_0^1 8 \frac{\sin(\pi x)}{1 + \cos^2(2\pi x)} dx$$

approximeras med trapetsregeln.

- (2p) a) Vad blir det approximativa värdet om steglängden $h = 0.5$?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

- (1p) b) Vilken noggrannhetsordning har trapetsregeln?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4

- (1p) c) En Richardsonextrapolation utförs på resultaten från trapetsregeln. Vilken noggrannhetsordning kommer lösningen från Richardsonextrapolationen att få?

☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6 ☐ 7 ☐ 8

- (2 p) 6. Differentialekvationen

$$\cos(u' \sin(u'')) = u''', \quad u(0) = 0, \quad u'(0) = 1, \quad u''(0) = 2$$

ska skrivas om som ett system av första ordningen. Vilket av nedanstående system är en korrekt omskrivning av differentialekvationen?

$$\square \quad \begin{cases} z_1' = z_2, & z_1(0) = 0 \\ z_3' = \cos(z_1 \sin(z_2)), & z_3(0) = 2 \end{cases}$$

$$\square \quad \begin{cases} z_1' = z_2, & z_1(0) = 0 \\ z_2' = \cos(z_1 \sin(z_2)), & z_2(0) = 1 \end{cases}$$

$$\square \quad \begin{cases} z_1' = z_2, & z_1(0) = 0 \\ z_2' = z_3, & z_2(0) = 1 \\ z_3' = \cos(z_1 \sin(z_2)), & z_3(0) = 2 \end{cases}$$

$$\square \quad \begin{cases} z_1' = z_2, & z_1(0) = 0 \\ z_2' = z_3, & z_2(0) = 1 \\ z_3' = \cos(z_2 \sin(z_3)), & z_3(0) = 2 \end{cases}$$

- (2p) 7. En iterativ metod har använts till att lösa den icke linjära ekvationen $f(x) = 0$. Tabellen nedan visar felet e_k vid iteration k

k	1	2	3
e_k	$2 \cdot 10^{-1}$	$4 \cdot 10^{-3}$	$3.2 \cdot 10^{-8}$

Vilken konvergensordning har metoden?

☐ 1 ☐ 2 ☐ 3 ☐ 4 ☐ 5 ☐ 6

- (2 p) 8. Givet begynnelsevärdesproblemet

$$u'(t) = -3t + 2u(t)^2 \quad u(0) = 1.$$

Vilken approximation $u_1 \approx y(0.5)$ ges med Framåt Euler med steglängden 0.5?

☐ 2 ☐ -1
☐ 0 ☐ 3/2
☐ 1/2 ☐ 5/2
☐ 1 ☐ -2

(2p) 9. Funktionen nedan är given.

```
function y = foo( x0 )
f = @(x) ( x.^2 );
df = @(x) ( 2*x );
phi = @(x) ( x - ( f(x)/df(x) ) );
xk = [];
xk(1) = x0;
xk(2) = phi( xk(1) );
while( abs(xk(end) - xk(end-1)) > 10e-10 )
    xk(end+1) = phi( xk(end) );
end;
y = xk(end);
end
```

Resultatet av anropet `foo(1000)` blir ungefär

- | | | | | |
|------------------------------|-------------------------------|--------------------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| ☐ 0 | ☐ 1000 | ☐ 4 | ☐ 0.5 | ☐ 1 |
| ☐ 800 | ☐ -1 | ☐ π | ☐ $-\infty$ | ☐ 1300 |