OMTENTAMEN, DEL 1
SF1524
GRUNDLÄGGANDE NUMERISKA METODER OCH PROGRAMMERING
Tisdag 2 juni 2020 kl 8.00-11.00

Max antal poäng är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 12 poäng. Endast en kryss markering per uppgift om inget annat anges. Om denna del av tentamen (del 1) blir godkänd så rättas även del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Skriv svaren till alla uppgifter på ett separat papper och skanna det. Skanna även dina lösningar till varje uppgift så att det går att följa hur du kommit fram till varje svar. Skriv namn och personnummer på varje sida.

(2p) **1.** Integralen

$$\int_0^1 4 + 2x\,dx$$

approximeras med trapetsregeln. Vad blir värdet om steglängden $h = 0.001$?

☐ 4.997 ☐ 5 ☐ 4.999 ☐ 0

☐ 5.002 ☐ 5.001 ☐ 5.011 ☐ ∞

(2p) **2.** Givet differentialekvationen

$$y'(t) + y(t) = t, \quad y(0) = 0,$$

uppskatta $y(1)$ med hjälp av explicit Euler (framåt Euler) och steglängden $h = 0.5$. Svaret blir:

☐ -0.75 ☐ -0.5 ☐ -0.25 ☐ -0.1 ☐ 0.0 ☐ 0.1 ☐ 0.25 ☐ 0.5 ☐ 0.75

3. Låt $p(x)$ vara det andragradspolynom som interpolerar punkterna i tabellen nedan.

x_i	-2	0	2
y_i	1	3	13

(1 p) **a)** Vilken av följande är Newtons ansats?

- ☐ $p(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2$
- ☐ $p(x) = a_0 + a_1(x+2) + a_2 x(x+2)$
- ☐ $p(x) = a_0 + a_1(x-2) + a_2(x-2)^2$
- ☐ $p(x) = a_0 + a_1(x-2) + a_2 x^2$
- ☐ $p(x) = a_0 + a_1(x+2) + a_2(x+2)^2$
- ☐ $p(x) = a_0 + a_1(x-2) + a_2(x^2 - 2^2)$

(2 p) **b)** Vilket värde har $p(1)$?

☐ -9 ☐ -7 ☐ -5 ☐ -3 ☐ -1 ☐ 1 ☐ 3 ☐ 5 ☐ 7 ☐ 9

4. Följande uppskattning av det globala felet hos en numerisk metod för lösning av initialvärdesproblem har genererats av ett datorprogram

steglängd h	globalt fel
0.500	0.022745558828558
0.250	0.004649588674749
0.125	0.001053802909278
0.0625	0.000251097545102
0.03125	0.000061302202427

(2 p) **a)** Vilken är metodens noggrannhetsordning?

☐ 0 ☐ 1 ☐ 1.67 ☐ 2 ☐ 2.33 ☐ 3 ☐ 3.5 ☐ 4 ☐ 5

(1 p) **b)** Vilken var den numeriska metoden?

- ☐ Mittpunktsformeln
- ☐ Bakåt Euler
- ☐ Newtons metod
- ☐ Simpsons formel
- ☐ Runge-Kutta 2
- ☐ Sekantmetoden
- ☐ Framåt Euler
- ☐ Runge-Kutta 4
- ☐ Fixpunktsiteration

5. Givet datapunkterna i tabellen nedan, ska konstanterna c_1 och c_2 i $y(x) = c_1 \sin(\frac{x}{2}) + c_2 \cos(x)$ bestämmas med hjälp av minsta kvadratmetoden.

x_i	$-\pi$	0	π
y_i	-2	-1	0

(1 p) **a)** Vilka är normalekvationerna till det överbestämda ekvationssystemet $A\mathbf{c} = \mathbf{b}$?

- ☐ $AA^T\,\mathbf{c} = A\,\mathbf{b}$
- ☐ $A^TA\,\mathbf{c} = A^T\,\mathbf{b}$
- ☐ $A^TA\,\mathbf{c} = A\,\mathbf{b}$
- ☐ $AA^T\,\mathbf{c} = A\,\mathbf{c}$
- ☐ $A^TA\,\mathbf{c} = A^T\,\mathbf{c}$
- ☐ $A^T\,\mathbf{c} = A\,\mathbf{b}$
- ☐ $AA^T\,\mathbf{c} = \mathbf{b}\,A^T$
- ☐ $A^TA\,\mathbf{c} = A^T\,A\,\mathbf{c}$
- ☐ $A^T\,\mathbf{c} = A^T\,\mathbf{b}$

(2 p) **b)** Vad blir konstanten c_1?

- ☐ 1
- ☐ 3
- ☐ 0
- ☐ $\frac{1}{2}$
- ☐ 2
- ☐ -1
- ☐ -2
- ☐ $-\frac{1}{2}$

(2p) **6.** Vad blir utskriften av följande Matlab-program?

```
summa = 0;
temp = 2;

for i = 1:4
    if summa > temp
        temp = 2*temp;
        summa = summa + 1;
    else
        summa = summa + i;
    end
end

disp(['Summan blev ' num2str(summa)])
```

- ☐ 'Summan blev 4'
- ☐ 'Summan blev 8'
- ☐ 'Summan blev 12'
- ☐ 'Summan blev 5'
- ☐ 'Summan blev 9'
- ☐ 'Summan blev 13'
- ☐ 'Summan blev 6'
- ☐ 'Summan blev 10'
- ☐ 'Summan blev 14'
- ☐ 'Summan blev 7'
- ☐ 'Summan blev 11'
- ☐ 'Summan blev 15'

7. Betrakta den olinjära ekvationen

$$x^2 - 4x + 3 = 0.$$

(3 p) **a)** Tre av ekvationerna nedan är fixpunktsiterationer för den olinjära ekvationen ovan. Vilka? Välj endast tre alternativ.

- ☐ (a) $x_{k+1} = x_k^2 - 4x_k + 3$
- ☐ (d) $x_{k+1} = x_k^2 - 3x_k + 3$
- ☐ (b) $x_{k+1} = 4x_k - 3$
- ☐ (e) $x_{k+1} = x_k^2 - 2x_k + 3$
- ☐ (c) $x_{k+1} = \frac{1}{4}(x_k^2 + 3)$
- ☐ (f) $x_{k+1} = \frac{1}{2}(x_k^2 - 2x_k + 3)$

(2 p) **b)** Givet $x_0 = \frac{1}{2}$, vilken av fixpunktsiterationerna konvergerar snabbast mot roten $x_* = 1$?

☐ (a) ☐ (b) ☐ (c) ☐ (d) ☐ (e) ☐ (f)