

Tentamen del 1
Numeriska beräkningar SF1522
2020-01-10, 08.00-11.00.

Namn:

Personnummer:..... **CDEPR, årskurs:**

Bonuspoäng. Ange dina bonuspoäng från kursomgången HT19 här: poäng.

Kontrollskrivning. Ange om du är godkänd på kontrollskrivningen: Ja Nej

Max antal poäng är 20. Gränsen för godkänt/betyg E är 14 poäng (inklusive bonuspoäng), 13 poäng för Fx. Om du är godkänd på kontrollskrivningen så behöver du ej göra sista uppgiften, utan den räknas till full poäng. Om denna del av tentamen (Del 1) blir godkänd så rättas även Del 2, vilket ger möjlighet till högre betyg.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Svara på varje fråga genom att sätta ett kryss i rutan framför rätt svarsalternativ. Inga uträkningar behöver redovisas. Fyll i namn och personnummer på varje sida.

1. (2p) Givet en funktion $f(x)$ och en steglängd h gäller att

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} - \frac{h^2}{6}f^{(3)}(x) - \frac{h^4}{120}f^{(5)}(x) + \mathcal{O}(h^6). \quad (1)$$

Derivatans till f uppskattas som $f'(x) \approx \frac{1}{2h}(f(x+h) - f(x-h))$. Denna uppskattning har noggrannhetsordning p , där (1p)

- | | | |
|---|----------------------------------|----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> $p = 1$ | <input type="checkbox"/> $p = 3$ | <input type="checkbox"/> $p = 5$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $p = 2$ | <input type="checkbox"/> $p = 4$ | <input type="checkbox"/> $p = 6$ |

Detta innebär att (1p)

- Antalet korrekta decimaler ökar med en faktor p när h halveras.
- Felet med steglängd $h/2$ är en faktor 2^p mindre än felet med steglängd h .
- Felet med steglängd $h/2$ är en faktor $2p$ mindre än felet med steglängd h .
- Antalet korrekta decimaler fördubblas när h minskar med en faktor p .
- Antalet korrekta decimaler ökar med en faktor $2p$ när h halveras.
- Felet med steglängd $h/2$ är en faktor p^2 mindre än felet med steglängd h .

Namn:

Personnr:.....

2. (2p) Lösning av ett linjärt ekvationssystem $Ax = b$ med 150 obekanta tar 1 s på en specifik dator, när matrisen A inte innehåller några nollor. Hur lång tid (i s) tar det för samma dator att lösa ett linjärt ekvationssystemen med 600 obekanta?

- 4 s 12 s 32 s 128 s
 8 s 16 s 64 s 256 s

3. (2p) Trapetsregeln med två lika stora delintervall används för att approximera integralen

$$\int_0^1 \frac{x}{1+4x^2} dx \quad (2)$$

Detta ger approximationen

- 8/40 7/40 6/40 5/40
 4/40 3/40 2/40 1/40

4. (2p) Följande MATLAB-kod är given:

```
a = 1
b = 2
while abs(b-a)>0.0001
    fa = sqrt(a^2+1)-2
    fb = sqrt(b^2+1)-2
    c = b - fb*(b-a)/(fb-fa)
    a = b
    b = c
end
```

Vilken numerisk metod är detta en implementering av?

- Trapetsmetoden Minstakvadratmetoden
 Simpsons metod Polynominterpolation
 Newtons metod Rombergs metod
 Sekantmetoden Intervallhalveringsmetoden

Namn:

Personnr:.....

5. (2p) Ett steg med Newtons metod tillämpat på ekvationen

$$x(1 - x^2) = 2$$

och startgissningen $x = 1$ ger följande approximation till nollstället:

- | | |
|------------------------------|---------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 0 |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> -1 |
| <input type="checkbox"/> 1/3 | <input type="checkbox"/> -2/3 |
| <input type="checkbox"/> 1/2 | <input type="checkbox"/> -1/2 |
| <input type="checkbox"/> 2/3 | <input type="checkbox"/> -1/3 |

6. (2p) Ett polynom av gradtal två ska minstakvadratanpassas till följande data:

x	-1	1	2	3	4	5	6
y	7	5	6	4	5	5	3

Antag att c är vektorn med polynomkoefficienter. Det resulterande ekvationssystemet $Ac = y$ har en matris A med dimensioner (1p)

- | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------------------|--|--|
| <input type="checkbox"/> 2×2 | <input type="checkbox"/> 2×2 | <input checked="" type="checkbox"/> 3×3 | <input checked="" type="checkbox"/> 3×3 |
| <input type="checkbox"/> 2×6 | <input type="checkbox"/> 2×7 | <input type="checkbox"/> 3×7 | <input type="checkbox"/> 3×6 |
| <input type="checkbox"/> 6×2 | <input type="checkbox"/> 7×2 | <input checked="" type="checkbox"/> 7×3 | <input type="checkbox"/> 6×3 |
| <input type="checkbox"/> 6×6 | <input type="checkbox"/> 7×7 | <input type="checkbox"/> 7×7 | <input type="checkbox"/> 6×6 |

Om i stället datapunkterna interpoleras med styckvis linjär interpolation, vad får då interpolanten för värde i $x = 2.5$? (1p)

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 5.9 | <input type="checkbox"/> 5.3 | <input type="checkbox"/> 4.4 | <input type="checkbox"/> 3.6 |
| <input type="checkbox"/> 6.2 | <input type="checkbox"/> 4.6 | <input type="checkbox"/> 5.5 | <input type="checkbox"/> 5.2 |
| <input type="checkbox"/> 4.2 | <input type="checkbox"/> 3.3 | <input type="checkbox"/> 6.0 | <input checked="" type="checkbox"/> 5.0 |
| <input type="checkbox"/> 5.8 | <input type="checkbox"/> 2.5 | <input type="checkbox"/> 3.5 | <input type="checkbox"/> 6.6 |

7. (2p) Iterationen

$$x_{n+1} = \sqrt{4x_n - 3}, \quad n = 1, 2, 3, \dots, \quad (3)$$

med startvärde $x_0 = 2$ konvergerar mot en punkt. Vilken?

- | | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| <input type="checkbox"/> 6 | <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 0 |
| <input type="checkbox"/> 5 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> -1 |

Namn:

Personnr:.....

8. (2p) Bestäm det polynom av lägsta gradtal som går genom punkterna

x	0	1	2
y	1	1	3

Vad får ditt polynom för värde då $x = 3$?

- | | | | |
|------------------------------|------------------------------|------------------------------|---|
| <input type="checkbox"/> 1.0 | <input type="checkbox"/> 3.0 | <input type="checkbox"/> 5.0 | <input checked="" type="checkbox"/> 7.0 |
| <input type="checkbox"/> 1.5 | <input type="checkbox"/> 3.5 | <input type="checkbox"/> 5.5 | <input type="checkbox"/> 7.5 |
| <input type="checkbox"/> 2.0 | <input type="checkbox"/> 4.0 | <input type="checkbox"/> 6.0 | <input type="checkbox"/> 8.0 |
| <input type="checkbox"/> 2.5 | <input type="checkbox"/> 4.5 | <input type="checkbox"/> 6.5 | <input type="checkbox"/> 8.5 |

9. (2p) Tre steg har tagits med en iterativ metod för ekvationslösning. Approximationen i dessa tre steg har ett fel som ges av vektorn

$$e = [0.9824 \quad 0.2456 \quad 0.0614]$$

Vad har metoden för konvergensordning? (1p)

- | | | |
|----------------------------|---------------------------------------|--|
| <input type="checkbox"/> 0 | <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> Metoden konvergerar inte. |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 3 | |
| <input type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 5 | |

En bra gissning av felet i nästa steg ges av (1p)

- | | | |
|---------------------------------|--|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> 0.3070 | <input type="checkbox"/> 0.0038 | <input type="checkbox"/> 0.0603 |
| <input type="checkbox"/> 0.4431 | <input checked="" type="checkbox"/> 0.0154 | <input type="checkbox"/> 0.1595 |
| <input type="checkbox"/> 0.0005 | <input type="checkbox"/> 0.0307 | <input type="checkbox"/> 0.2216 |

Namn:

Personnr:.....

10. (2p) (Denna uppgift behöver du ej göra om du klarat kontrollskrivningen i MATLAB.)
Följande MATLAB-kod är given:

```
A = [8 1 6; 3 5 7; 4 9 2]
q = findpivot(A, 2)
A = dopivot(A, 2, 1)
```

```
function imax=findpivot(a,c)
    [m,n] = size(a);
    imax = 0;
    vmax = -1.0;
    for i=1:m
        v = abs( a(i,c) );
        if v > vmax
            vmax = v;
            imax = i;
        end
    end
end
```

```
function a=dopivot(a, p, q)
    tmp = a(p,:);
    a(p,:) = a(q,:);
    a(q,:) = tmp;
end
```

Vad har variabeln q för värde när koden ovan körts? (1p)

- | | | |
|--------------------------------|---|---------------------------------|
| <input type="checkbox"/> q = 0 | <input checked="" type="checkbox"/> q = 3 | <input type="checkbox"/> q = 10 |
| <input type="checkbox"/> q = 1 | <input type="checkbox"/> q = 4 | <input type="checkbox"/> q = 15 |
| <input type="checkbox"/> q = 2 | <input type="checkbox"/> q = 5 | <input type="checkbox"/> q = 20 |

Hur ser matrisen A ut när koden ovan körts? (1p)

<input type="checkbox"/> A =	<input checked="" type="checkbox"/> A =
8 1 6	3 5 7
3 5 7	8 1 6
4 9 2	4 9 2

<input type="checkbox"/> A =	<input type="checkbox"/> A =
8 1 6	1 8 1
4 9 2	9 4 9
3 5 7	5 3 5

<input type="checkbox"/> A =	<input type="checkbox"/> A =
4 9 2	6 1 8
3 5 7	2 9 4
8 1 6	7 5 3