

Formelsamling i Elektroteknik

Gäller HT20.

På denna sida får egna anteckningar göras.

Ruta 1.1**Bokstavsbezeichnungen für elektrische Größen**

Storhet	Enhet		
Beteckning	Benämning	Förkortning	Benämning
I	Ström	A	Ampere
Q	Laddning	As el C	Coulomb
U	Spänning	V	Volt
V	Potential	V	
E	Emk	V	
R	Resistans	Ω	Ohm
L	Induktans	H	Henry
C	Kapacitans	F	Farad
X	Reaktans	Ω	
Z	Impedans	Ω	
f	Frekvens	s^{-1}	
ω	Vinkelfrekvens	rs^{-1}	radianer/sekund
φ	Fasvinkel	$^\circ$ eller rad	
τ	Tidkonstant	s	
W	Energi	J el Ws	Joule eller Wattsekund
P	Aktiv effekt	W	Watt
Q	Reaktiv effekt	VAR	Voltampere reaktiv
S	Skenbar effekt	VA	Voltampere

Ruta 1.4**Ohms lag, rikttnings- och polaritetsdefinitioner**

Enligt **Error! Reference source not found.** är strömmen genom en trådformig ledare proportionell mot spänningen mellan ledarens ändpunkter. Detta är Ohms lag, som vi skriver

$$U = RI$$

Ekvation 1.2

R är ledarens resistans och uttrycks i Ω , ohm.

I kopplingsschemat representerar vi ledare som har resistans med symbolen



(alternativ spänningsmarkering)

Här visas också hur vi markerar riktningen hos *positiv ström* och polariteten hos *positiv spänning*. Strömmen flyter i pilens riktning när den är *positiv*.

En spänning uppträder mellan två punkter, *poler*, och på motsvarande sätt som man talar om riktningen hos en ström, så talar man om en spännings *polaritet*.

Ruta 1.5**Resistansen i en trådformig ledare**

En trådformig ledare har resistansen:

$$R = \rho \frac{l}{A}$$

Ekvation 1.3

där

l är ledarens längd (m)

A är ledarens tvärsnitt (m^2 el mm^2)

ρ är ledarmaterialets *resistivitet*, en materialkonstant (Ωm el $\Omega mm^2/m$)

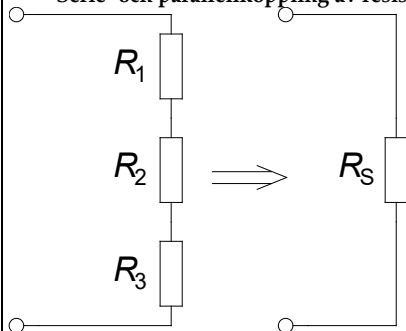
Resistiviteten för några vanliga ledarmaterial är

Koppar 0,017 $\Omega mm^2/m$

Aluminium 0,028 "

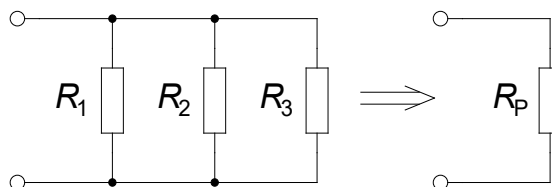
Silver 0,016 "

Järn 0,1-0,2 "

Ruta 1.7**Serie- och parallellkoppling av resistanser**

$$R_S = R_1 + R_2 + R_3 \quad \text{Ekvation 1.6}$$

Ett antal *seriekopplade* resistanser kan vid beräkningar ersättas med en enda resistans, som är summan av de seriekopplade resistanserna.



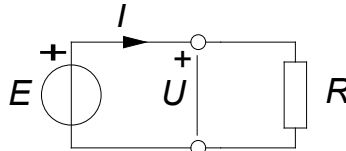
$$\frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad \text{Ekvation 1.7}$$

Ett antal *parallellkopplade* resistanser kan vid beräkningar ersättas med en enda resistans, vars inverterade värde är summan av de parallellkopplade resistansernas inverterade värden. Om antalet parallella grenar är två övergår ekvationen ovan till

$$R_p = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{Ekvation 1.8}$$

Ruta1.8**Ideala och verkliga spänningskällor**

En *ideal spänningskälla*, en *emk*, upprätthåller en konstant spänning E mellan sina anslutningspunkter, oberoende av hur stor ström den avger.

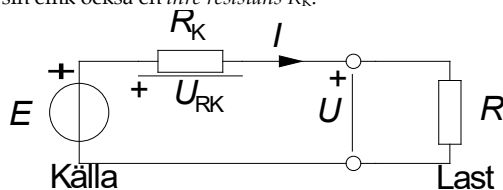


För en ideal spänningskälla med last gäller således:

$$E = U = RI$$

Plustecknet på emk-symbolen markerar den anslutningspunkt via vilken källan vill sända ut ström när emk:n E är positiv.

En *verklig* spänningskälla har utöver sin emk också en *inre resistans* R_K .



Om vi tar hänsyn till källans inre resistans gäller:

$$E = U_{RK} + U = R_K I + RI$$

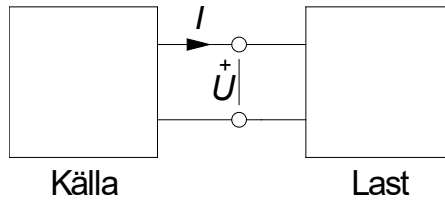
Eller $U = E - R_K I$

Ekvation 1.9

U kallas för källans *klämspänning*, och den är beroende av den uttagna strömmens storlek.

Ruta 1.12

Effektöverföring från källa till last



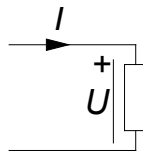
För den effekt som överförs från källa till last gäller generellt

$$P = UI$$

Ekvation 1.15

Positiv effektriktning är alltså från källa till last.

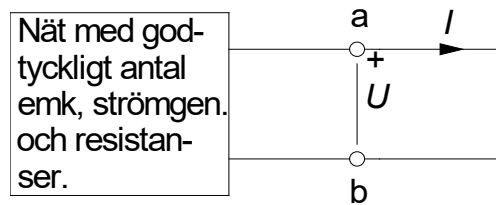
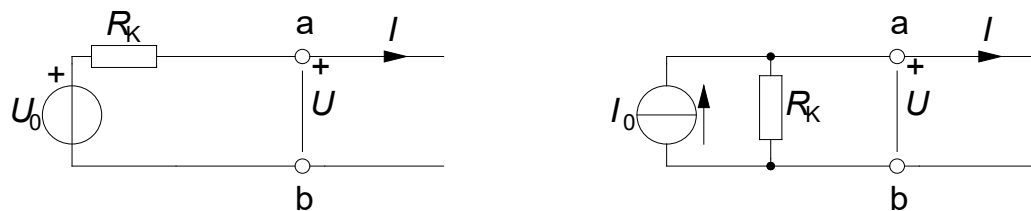
Effekten i en resistans

Eftersom $U = RI$ kan effekten också skrivas:

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

Ekvation 1.16

Från Ruta 1.14 Tvåpolssatsen.

En aktiv tvåpol som består av emk, strömgeneratorer och resistanser kan, sedd från klämmorna a och b, alltid ersättas med en *Spänningsekvivalent* eller en *strömequivallent*.

För spänningsekvivalenten gäller.

$$U = U_0 - R_K I$$

Ekvation 1.17

Från Ruta 1.15 och 1.16

För en spole eller induktor gäller induktionslagen. Om magnetflödet genom en spole ändras så induceras en spänning. Detta kan vara t ex en magnet som rör sig. Det kan också vara en ström genom spolen som ger ett flöde som ändrar sig. Induktansen L är proportionalitetskonstanten mellan sammanlänkat flöde $N\Phi$ och ström.

$$u = N \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

Spänningen över en kondensator är proportionell mot laddningen. Ökning av laddning och därmed spänning förutsätter att ström flyter in och "fyller på" med laddning.

$$\frac{du}{dt} = \frac{dq}{C} = \frac{i}{C}$$

Från Ruta 1.17

Några definitioner

Stationärt förlopp

Ett förlopp som upprepas periodiskt, dvs som består av ett stort antal efter varandra följande, inbördes helt lika cykler.

Transient förlopp

Ett engångsförlopp.

Växelström, -spänning

Ström, spänning som byter riktning resp polaritet.

Stationär växelström, gångar per cykel.

Periodisk ström, spänning som byter riktning resp polaritet minst två

-spänning

Likström, -spänning

Ström, spänning som alltid har samma riktning resp polaritet (men som inte nödvändigtvis är konstant).

Konstant likström, -spänning

Likström, -spänning som inte är tidberoende.

Ren växelström, -spänning

Växelström, -spänning vars medelvärde räknat över en hel cykel är noll.

Sinusformad växelström, -spänning

Ren växelström, -spänning som varierar med tiden enligt en sinusfunktion.

En storhet som utgör summan av en ren växelstorhet och en konstant likstorhet brukar man kalla för en *allmän växelstorhet* eller en *allmän likstorhet*, beroende på om den byter tecken eller ej.

Från Ruta 1.18

En sinusformad storhet kan skrivas

$$a = \hat{A} \sin(\omega t + \alpha)$$

Ekvation 1.19

Här är a momentanvärdet, ω vinkelfrekvensen, t tiden, α fasvinkeln och \hat{A} toppvärdet eller amplituden.

Periodtiden är $T = \frac{2\pi}{\omega}$ och frekvensen är $f = \frac{1}{T}$ Hz.

$$\text{Effektivvärdet definieras som } A = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T a^2 dt}$$

Ekvation 1.20

För en sinusformad storhet gäller $A = \frac{\hat{A}}{\sqrt{2}}$

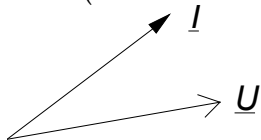
Medelvärde kallas även likspänningskomponent eller licksströmskomponent om det är spänning eller ström.

$$A_{\text{MED}} = \frac{1}{T} \int_0^T a dt$$

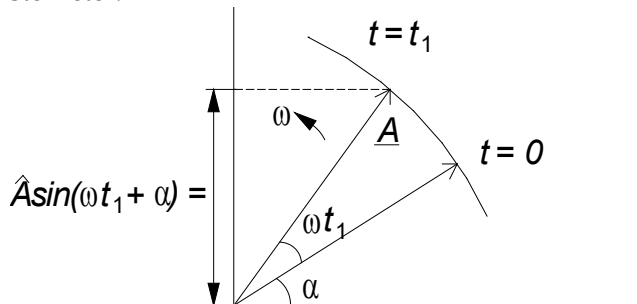
Ekvation 1.22

Från Ruta 1.19

Visare och visardiagram. En visare är en riktad sträcka vars längd, i en vald skala, svarar mot amplituden (eller effektivvärdet) hos den sinusstorhet som den representerar.



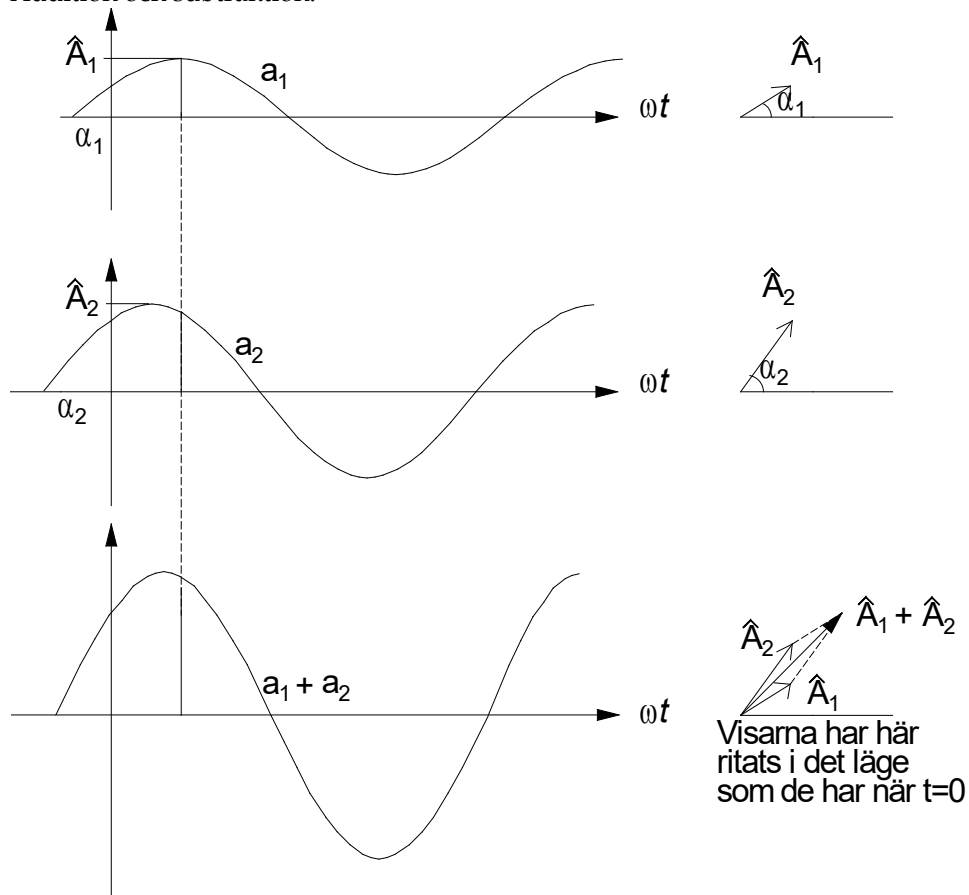
Visare betecknas med stora bokstäver med ett streck under, alltså \underline{I} , \underline{U} etc. Strecken kan utelämnas ofta, om det inte finns risk för missförstånd. Sambanden mellan strömmar och spänningar i en strömkrets motsvaras i ett visardiagram av relationerna mellan de visare som representerar dessa storheter.



Rent teoretiskt tänker man sig visarna rotera moturs med vinkelhastigheten ω . I figuren ser vi en visare, dels vid $t = 0$, dels vid $t = t_1$. Eftersom samtliga visare roterar med samma vinkelhastighet kan man bortse från rotationen.

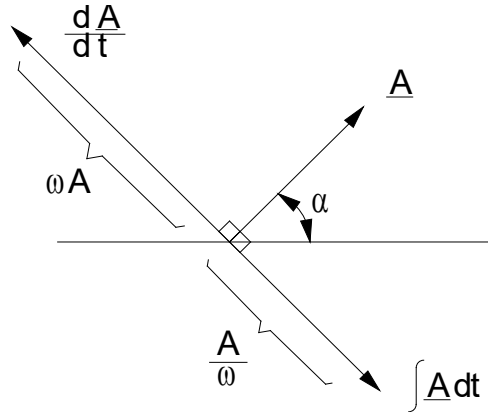
Från Ruta 1.20

Addition och subtraktion.



Visaren för summan av två sinusstorheter med samma frekvens men med olika amplitud och fasvinkel fås genom geometrisk addition av de båda utgångsstorheternas, termernas, visare. Regeln gäller för ett godtyckligt antal sinusstorheter. En motsvarande regel gäller för subtraktion. I det fallet ska visarna subtraheras.

Ruta 1.21
Derivation och integration



Den visare, $\frac{dA}{dt}$, som svarar mot $\frac{da}{dt}$, fås ur visaren \underline{A} genom att denna vrids 90° i positiv riktning (moturs) och dess längd multipliceras med ω .

Den visare, $\int \underline{A} dt$, som svarar mot $\int a dt$, fås ur visaren \underline{A} genom att denna vrids 90° i negativ riktning och dess längd divideras med ω .

Ruta 1.22
Räkneregler för komplexa växelstorheter

Ett komplext tal \underline{A} som svarar mot en sinusstorhet har beloppet $A =$ storhetens effektivvärde. Argumentet α är växelstorhetens vinkel vid $t = 0$.

Addition och subtraktion:

Det komplexa talet för summan av eller skillnaden mellan två sinusformade växelstorheter av samma frekvens får man genom addition respektive subtraktion av de komplexa talen för delstorheterna.

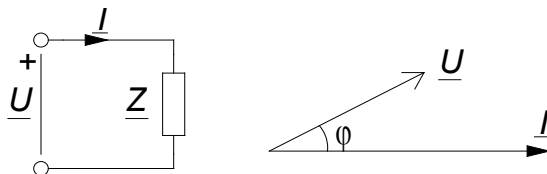
Derivation och integration:

Det komplexa talet för derivatan resp integralen med avseende på tiden av en sinusformad växelstorhet erhålls genom multiplikation resp division av dennas komplexa tal med $j\omega$.

Inom elektricitetsläran betecknar man den imaginära enheten $\sqrt{-1}$ med j , eftersom bokstaven i redan är upptagen som beteckning för momentanvärden hos strömmar. Multiplikation med j innebär en vridning på 90° i positiv riktning och division med j en lika stor vridning i negativ riktning.

Ruta 1.25

Ohms lag i komplex form



$$\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$$

Ekvation 2.1

\underline{Z} är kretsens *komplexa impedans*.

För effektivvärdena gäller:

$$\frac{U}{I} = Z \text{ som är impedansens belopp}$$

φ kallas för kretsens *fasvinkel*. Den definieras så här:

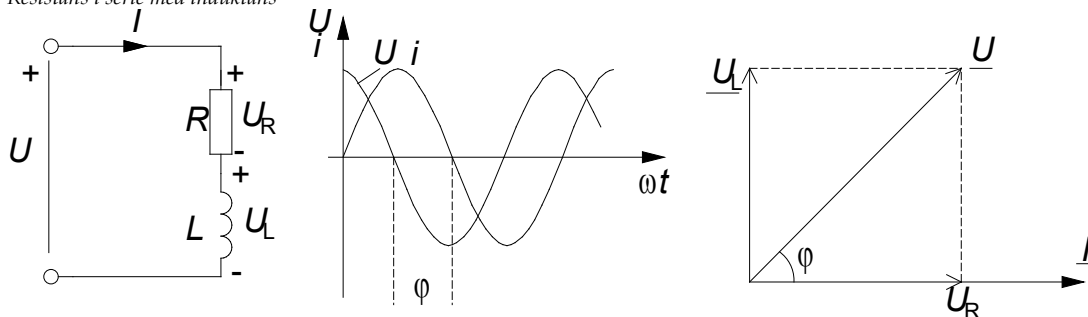
$$\varphi = \arg \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \arg \underline{U} - \arg \underline{I} = \arg \underline{Z}$$

Ruta 1.23

Visardiagram och komplexa uttryck för enkla kretselement

Impedans-element Schema-symbol Momentanvärdes-diagram Visar-diagram Komplext samband

Resistans				$\underline{U} = R \underline{I}$
Induktans				$\underline{U} = jX_L \underline{I}$ $= j\omega L \underline{I}$ <p>$X_L = \omega L$ är reaktansen</p>
Kapacitans				$\underline{U} = jX_C \underline{I}$ $= \frac{\underline{I}}{j\omega C}$ <p>$X_C = -\frac{1}{\omega C}$ är reaktansen</p>

Ruta 1.24**Visardiagram och komplexa samband för en seriekrets och en parallellkrets***Resistans i serie med induktans*

De komplexa sambanden är

$$\underline{U} = R\underline{I} + j\omega L\underline{I} = (R + j\omega L)\underline{I} = \underline{Z}\underline{I}$$

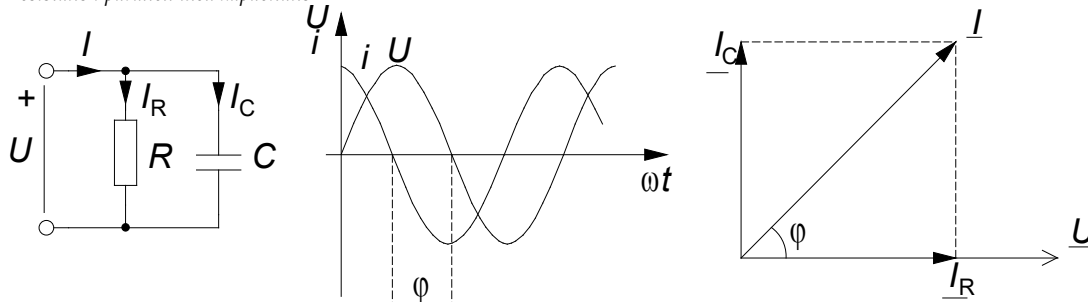
 $\underline{Z} = R + j\omega L$ är den komplexa impedansen.

$$\varphi \text{ är } \arg \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \arg \underline{Z} = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

Ur visardiagrammet får vi följande samband mellan effektivvärdena

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_L^2} = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} I = |\underline{Z}| I$$

$$\varphi = \arctan \frac{U_L}{U_R} = \arctan \frac{\omega L}{R}$$

Resistans i parallell med kapacitans

De komplexa sambanden är

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{R} + j\omega C\underline{U} = \left(\frac{1}{R} + j\omega C \right) \underline{U} = \frac{1}{\underline{Z}} \underline{U}$$

$$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C} \text{ är den komplexa impedansen}$$

$$\varphi \text{ är } \arg \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \arg \underline{Z} = -\arctan \omega CR$$

Ur visardiagrammet får vi följande samband mellan effektivvärdena

$$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2} = U \sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + (\omega C)^2} = \frac{U}{Z}$$

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{R} \right)^2 + (\omega C)^2}} = |\underline{Z}|$$

$$|\varphi| = \arctan \frac{I_C}{I_R} = \arctan \omega CR$$

φ räknas positiv då spänningen ligger före strömmen i fas, dvs då kretsen har induktiv karaktär. Detta framkommer direkt ur de komplexa sambanden.

Ruta 1:26**Impedans och fasvinkel hos samtliga serie- och parallellkombinationer av två kretsselement**

Kombination	Komplex impedans	Impedansens belopp	Argument (fasvinkel)
R i serie med L	$\underline{Z} = R + j\omega L$	$\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$	$\arctan \frac{\omega L}{R}$
R i parallell med L	$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1}{j\omega L}}$	$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + \frac{1}{(\omega L)^2}}}$	$\arctan \frac{R}{\omega L}$
R i serie med C	$\underline{Z} = R + \frac{1}{j\omega C}$	$\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}$	$-\arctan \frac{1}{R\omega C}$
R i parallell med C	$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{R} + j\omega C}$	$\frac{1}{\sqrt{\frac{1}{R^2} + (\omega C)^2}}$	$-\arctan R\omega C$
L i serie med C	$\underline{Z} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C}$	$\omega L - \frac{1}{\omega C}$	$\left\{ \begin{array}{l} +\frac{\pi}{2} \text{ om } \omega L > \frac{1}{\omega C} \\ -\frac{\pi}{2} \text{ om } \omega L < \frac{1}{\omega C} \end{array} \right.$
L i parallell med C	$\underline{Z} = \frac{1}{\frac{1}{j\omega L} + j\omega C}$	$\frac{1}{\omega L - \omega C}$	$\left\{ \begin{array}{l} +\frac{\pi}{2} \text{ om } \omega L < \frac{1}{\omega C} \\ -\frac{\pi}{2} \text{ om } \omega L > \frac{1}{\omega C} \end{array} \right.$

Effekt vid sinusformad växelström

Ofta är effektens momentanvärde ointressant, och när man utan närmare specificering talar om effekten i växelströmskretsar avser man medelvärde (då räknat över en eller ett antal *hela* perioder). Detta medelvärde kallas för den *aktiva* effekten.

Från ruta 1.29

Aktiv effekt $P = UI \cos \varphi$ enheten är W, watt

Produkten UI som "ser ut" att vara den överförda effekten kallas för *skenbar* effekt.

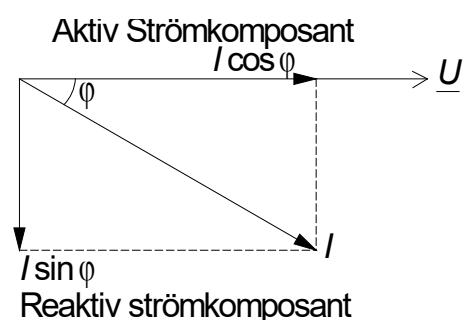
Aktiv och reaktiv strömkomponent

Det är ofta praktiskt att betrakta strömmen såsom sammansatt av två komponenter, en *aktiv*, I_P , som ligger i fas med spänningen och en *reaktiv*, I_Q , som bildar 90° vinkel med denna se figur 1.8. Vi kan då skriva

$$P = UI_P$$

$$Q = UI_Q$$

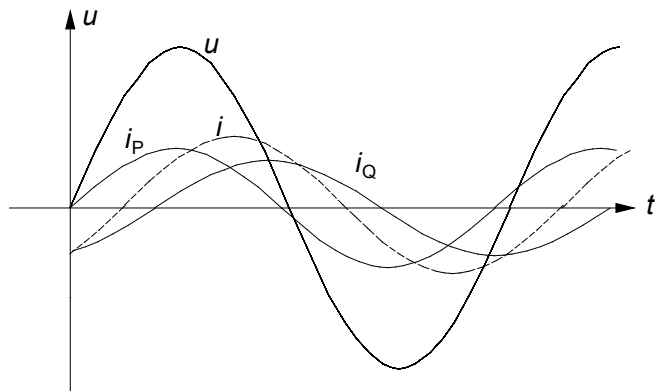
$$S = UI = U \sqrt{I_P^2 + I_Q^2}$$



Om man vill addera strömmar med olika fasvinkel får man naturligtvis inte addera effektivvärdena direkt. Ett sätt är att skriva strömmarna i komplex addition. Ett annat är att dela upp dem i aktiva och reaktiva komponenter. Dessa får adderas var för sig, eftersom alla aktiva komponenter har inbördes samma fasläge som spänningen och likaså alla reaktiva. Den resulterande strömmen blir då

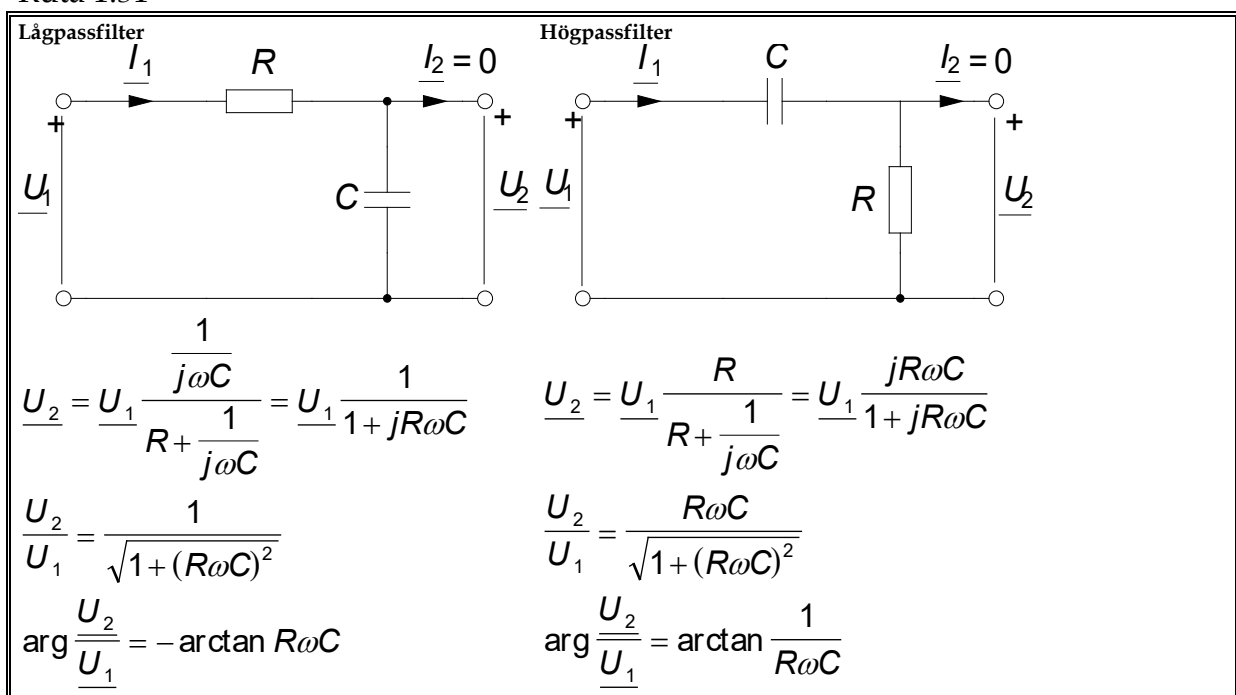
$$I = \sqrt{(\sum I_P)^2 + (\sum I_Q)^2} \text{ och den}$$

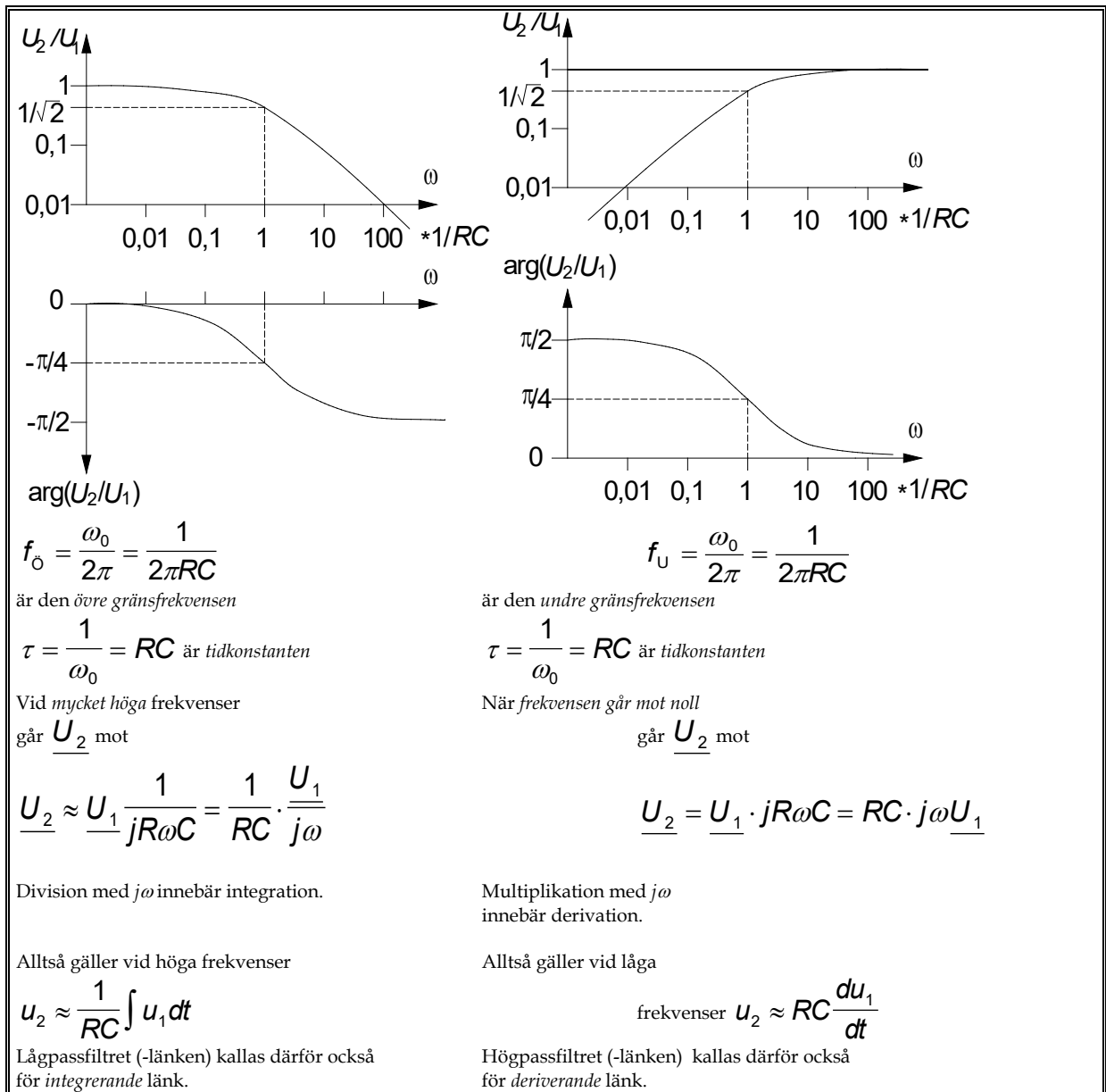
$$\text{resulterande fasvinkeln } \varphi = \arctan \frac{\sum I_Q}{\sum I_P}$$



Figur 1.8 Uppdelning av strömmen i aktiv och reaktiv komponent

Ruta 1.31





Lagrad energi i kondensator $w = \frac{1}{2} C \cdot u^2$

Transienta förlopp:

Ekvation 1.37
$$i - i_\infty = (i_0 - i_\infty) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Detta kan uttryckas i ord. Avvikelsen till slutvärdet vid en viss tidpunkt är lika med avvikelsen till slutvärdet från början multiplicerat med en exponentiellt avtagande faktor

2 Elektrisk mätteknik

Hos en ideal amperemeter är den inre resistansen noll.

Hos en ideal voltmeter är den inre resistansen oändligt stor.

En analog multimeter inställd på likspänning (DC) mäter, oavsett mätsignalens karaktär, alltid medelvärdet.

Fysikalisk tolkning av effektivvärdet

Om man låter en ström passera genom en resistor kommer en effekt att utvecklas i resistorn.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{u^2(t)}{R} dt = \frac{1}{R} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt = \frac{U^2}{R}$$

där $U = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T u^2(t) dt}$ är spänningens effektivvärde.

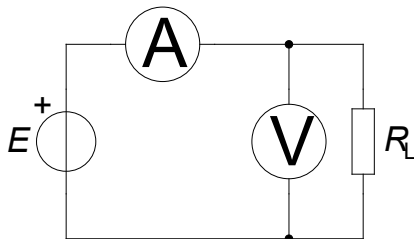
Effekten kan skrivas som: $P = UI = \frac{U^2}{R}$ där U och I är *effektivvärden*, då det är just effektivvärdet som bestämmer den utvecklade effekten i ett motstånd.

Inre och yttre voltmeterkoppling

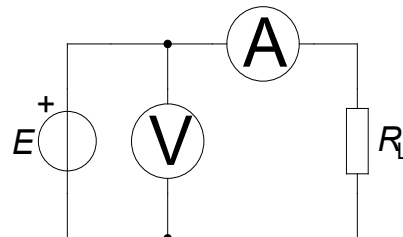
I vissa fall önskar man mäta ström och spänning samtidigt. I en enkel krets med en spänningskälla och en last ges två möjligheter att ansluta instrumenten, se nedanstående figur visar. Beroende på lastens resistans kommer de två sätten att ge olika mätresultat. Något förenklat kan sägas att *det instrument som sitter närmast lasten har högst tillförlitlighet*.

Mätning av ström och spänning

En digital multimeter följer i princip samma mönster som en analog. Är instrumentet inställt på likspänningsområdet (DC)



Figur 2.1 Inre voltmeterkoppling



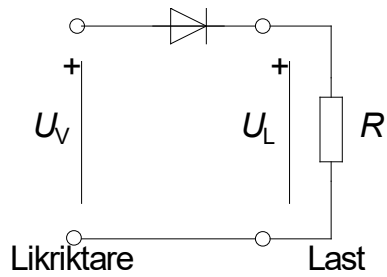
Figur 2.2 Yttre voltmeterkoppling
mäter instrumentet medelvärdet av mätsignalen, oavsett mätsignalens
kurvform.

En digital multimeter inställd på likspänning (DC) mäter, oavsett mätsignalens karaktär, alltid medelvärdet.

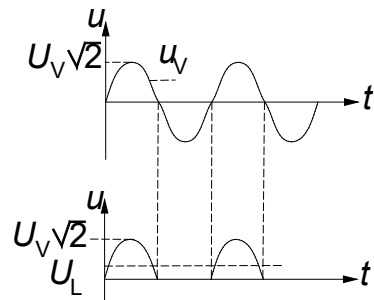
Är multimeteren inställd på växelspänningsområdet (AC) kommer instrumentet att bete sig på ett av två sätt, beroende på hur instrumentet är konstruerat. Man skiljer här på *effektivvärdesvisande* (Oftast märkt med *TRMS* eller *True-RMS*) och *icke-effektivvärdesvisande* instrument.

3 Komponenter och grundkretsar

Enpuls likriktarkoppling



Figur 3.1 Enpulslikriktare



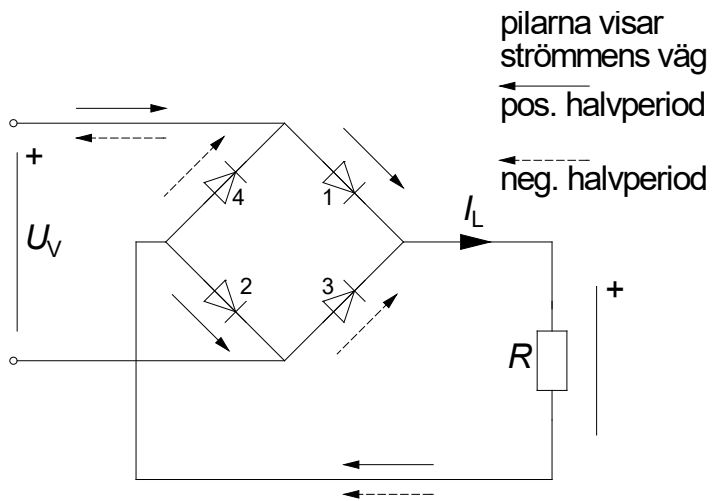
Figur 3.2 Spänningarnas form vid enpulslikriktning

$$U_L = \frac{1}{2\pi} \sqrt{2} \int_0^{\pi} U_V \sin(v) dv = \frac{1}{\pi} U_V \sqrt{2} = \frac{1}{\pi} \hat{U}_V \quad \text{Ekvation 3.2}$$

Ovanstående formel för likspänningen gäller om spänningsfallet över dioden är försumbart (ideal diod). Oftast används spänningsfallet 0,7V för "vanliga" dioder när de leder.

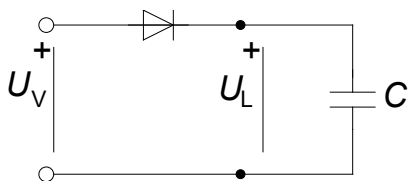
Tvåpuls likriktarkoppling

Likspänningens medelvärde blir dubbelt så stort som vid enpulslikriktning.

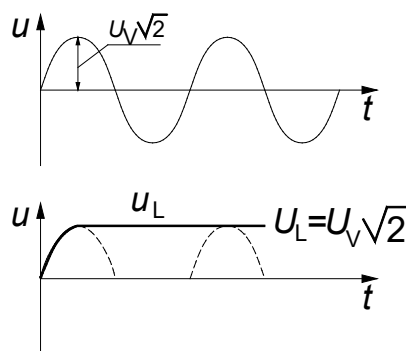


Figur 3.3 Tvåpulslikriktare med fyra dioder i bryggkoppling, Graetz brygga

Topplikriktning



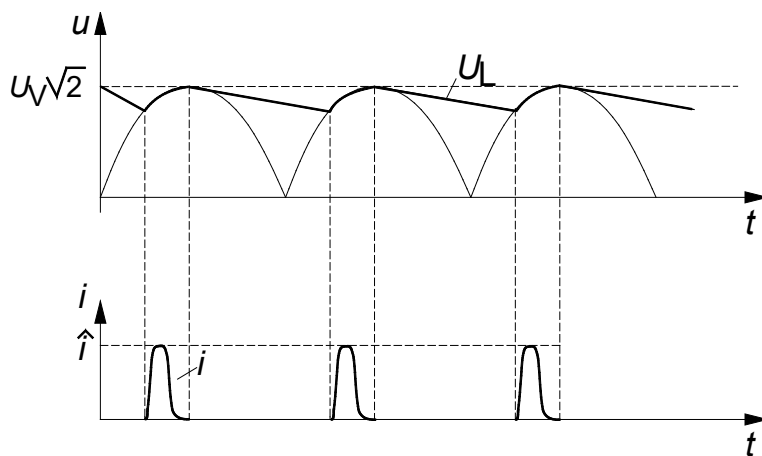
Figur 3.5 Enpulslikriktare med kondensator som last



Figur 3.4

Spänningskurvor till Figur 3.14

Tvåpulslikriktare, topplikriktning med last t ex i form av ett motstånd.



Figur 3.6 Bryggan avger strömpulser som "lyfter upp" u_L till $U_V \cdot \sqrt{2}$. u_L sjunker när C urladdas genom R mellan pulserna.

Kylning av komponenter

Den termiska resistansen sammansätts i allmänhet av tre "seriekopplade" resistanser.

$R_{\theta JC}$ = termisk resistans mellan halvledarkristall och hölje (eng. *Junction-to-Case*).

$R_{\theta CH}$ = termisk resistans mellan hölje och kylelement. Denna är beroende av anliggningsytans storlek och beskaffenhet (eng. *Case-to-Heatsink*).

$R_{\theta HA}$ = kylelementets termiska resistans, dvs den termiska resistansen mellan anliggningsytan och omgivande luft (eng. *Heatsink-to-Ambient*).

Den kan minskas genom fläktkylning.

När man ska välja kylelement kan man använda nedanstående samband för att beräkna det största värde på $R_{\theta HA}$ som under förväntade driftbetingelser håller T_J under det högsta tillåtna värdet.

$$T_J - T_A = P(R_{\theta JC} + R_{\theta CH} + R_{\theta HA}) \quad \text{Ekvation 3.3}$$

T_J = temperaturen i kiselkristallen. Värdet återfinns i komponentens datablad och ett vanligt värde för T_{JMAX} är 125 °C¹.

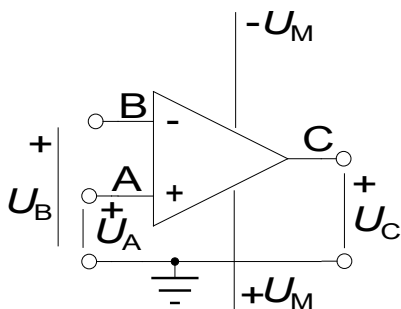
T_A = den omgivande luftens temperatur.

P = förlusteffekten.

$T_J - T_A$ kan jämföras med övertemperaturen för motorer.

Förstärkare

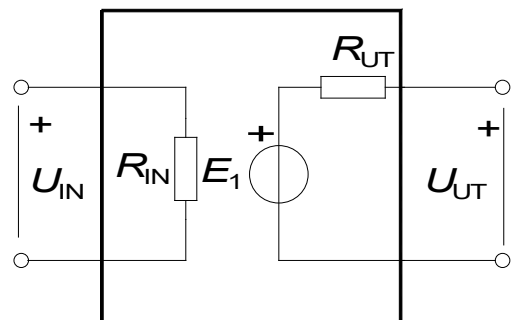
Förstärkarens signalförstärkning är $F_S = \frac{U_{UT}}{U_{IN}}$



Figur 3.7 Operativ förstärkarens schemasymbol kompletterad med anslutningar för matningsspänningar och jord.

$$U_C = F \cdot (U_A - U_B)$$

Förstärkare



Figur 3.8 En förstärkarens ekoivalenta schema. Schemat gäller för småsignalförstärkare vid låga frekvenser.

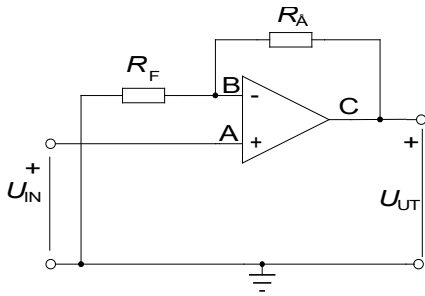
Ekvation 3.4

De viktigaste kraven för att en OP-förstärkare kan betraktas som ideal är

- att utspänningen U_C är direkt proportionell mot skillnadsspänningen U_{AB} oavsett dennas storlek och frekvens, och oberoende av hur stor ström man tar ut vid C.
- att proportionalitetsfaktorn F (råförstärkningen) i ekvationen $U_C = F \cdot (U_A - U_B)$ är mycket stor, i princip oändlig.
- att inimpedansen är mycket stor (d.v.s ingen ström går in eller ut genom någon av de två ingångarna).
- utimpedansen är noll

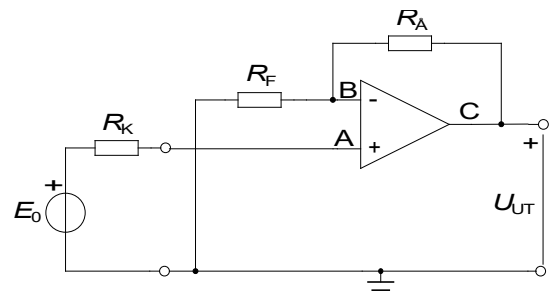
Sammanställning av de tre grundkopplingarna

Icke-inverterande koppling



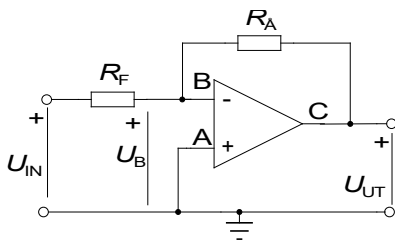
$$F_S = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = 1 + \frac{R_A}{R_F}$$

$$R_{IN} = \infty$$



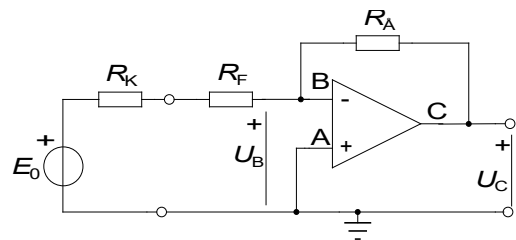
$$F'_S = \frac{U_{UT}}{E_0} = 1 + \frac{R_A}{R_F}$$

Inverterande koppling



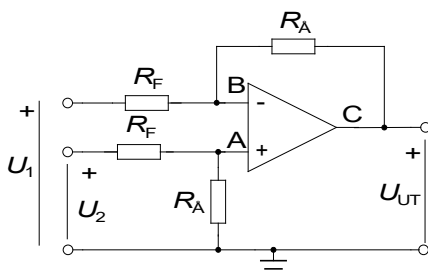
$$F_S = \frac{U_{UT}}{U_{IN}} = -\frac{R_A}{R_F}$$

$$R_{IN} = R_F$$



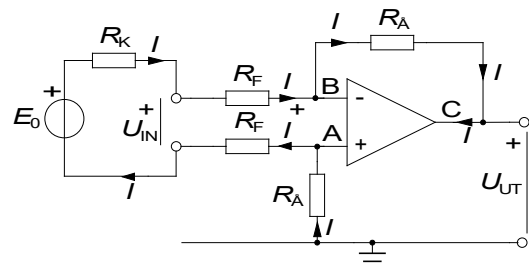
$$F'_S = \frac{U_{UT}}{E_0} = -\frac{R_A}{R_K + R_F}$$

Differenskoppling

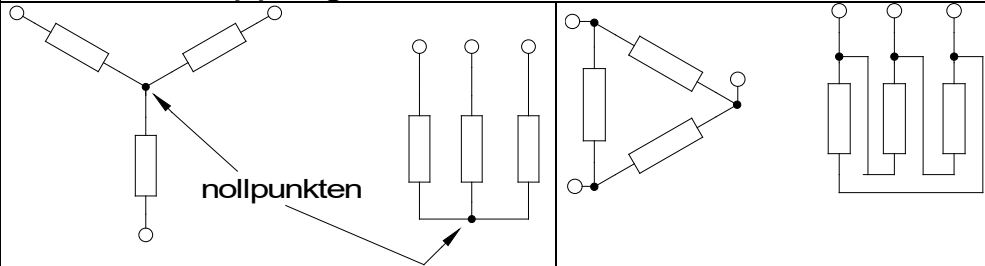
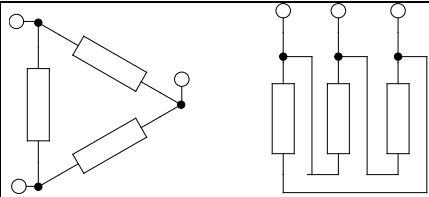


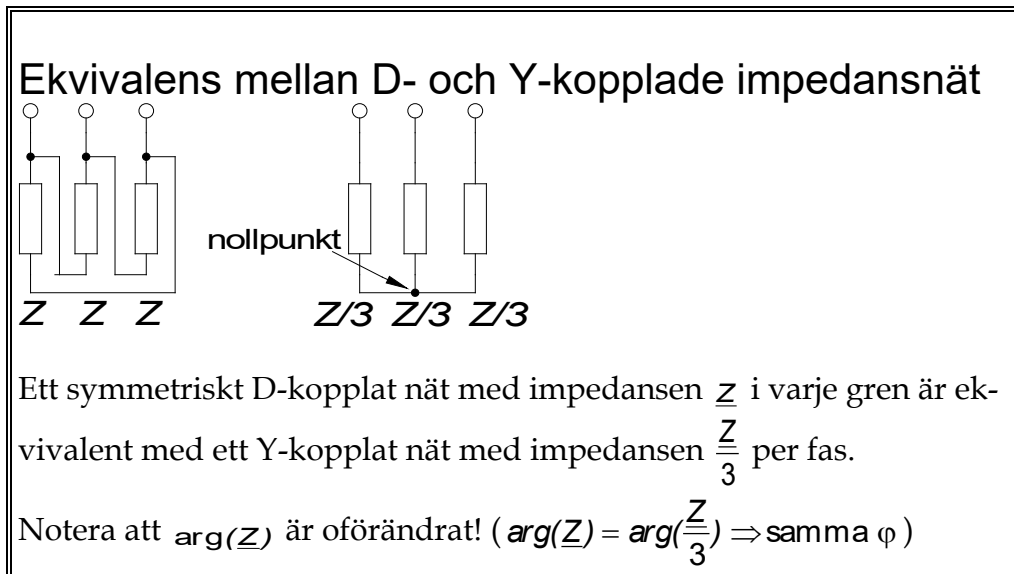
$$U_{UT} = -\frac{R_A}{R_F} \cdot (U_1 - U_2)$$

$$R_{IN} = 2R_F$$



$$F'_S = \frac{U_{UT}}{E_0} = -\frac{R_A}{R_F + \frac{R_K}{2}}$$

Ruta 3.2	
Spänningar och strömmar som uppträder i trefassystem	
Spänningar mellan enfasledare och nolledare (gemensam nollpunkt)	Fasspänning
Spänningar mellan två fasledare	Huvudspänning
Strömmar i fasledare	Linjeström
Strömmar i enskilda grenar (uppkommer vid D-koppling)	Grenström
För symmetriska trefassystem gäller	
Fasspänningar $\underline{U}_1, \underline{U}_2$ och \underline{U}_3	Har samtliga effektivvärdet U_F
Huvudspänningar $\underline{U}_{12}, \underline{U}_{23}$ och \underline{U}_{31}	Har samtliga effektivvärdet U_H
Samband mellan huvud- och fasspänning	$U_H = \sqrt{3} \cdot U_F$
Linjeströmmar $\underline{I}_1, \underline{I}_2$ och \underline{I}_3	Har samtliga effektivvärdet I_L
Grenströmmar $\underline{I}_{12}, \underline{I}_{23}$ och \underline{I}_{31}	Har samtliga effektivvärdet I_G
Samband mellan linje- och grenström	$I_L = \sqrt{3} \cdot I_G$
Y- och D-koppling	
	
Ett par olika sätt att rita en Y-kopplad trefaslast. Brukar även kallas <i>Stjärnkoppling</i> .	Ett par olika sätt att rita en D-kopplad trefaslast. Brukar även kallas <i>Triangelkoppling</i> och Δ -koppling.
Observera! När man utan närmare specifikation talar om spänningen U och strömmen I i ett trefassystem avser man <i>huvudspänning</i> och <i>linjeström</i> .	



Effekten i symmetriska trefassystem

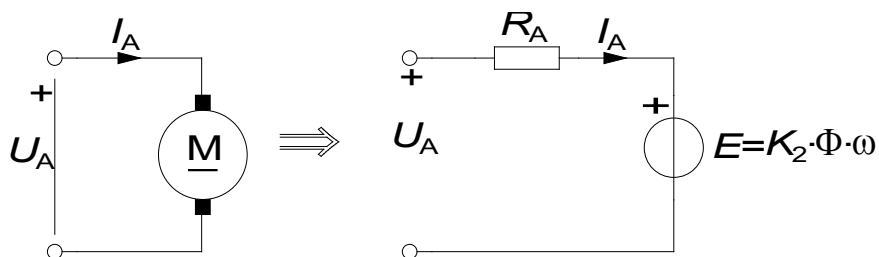
$$P = 3 \cdot U_F \cdot I_L \cdot \cos \varphi = 3 \frac{U_H}{\sqrt{3}} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$P = \sqrt{3} \cdot U_H \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

Ekvation 3.5

Där φ är fasvinkeln mellan fasspänning och linjeström.

Likströmsmotorn



Figur 3-9 Kretsmodell av permanentmagnetiserad likströmsmotor.

Kirchhoffs spänningslag på kretsmodellen ger 7.4 nedan.

$$U_A = R_A \cdot I_A + K_2 \cdot \Phi \cdot \omega$$

Ekvation 3.4

$$E = K_2 \cdot \Phi \cdot \omega$$

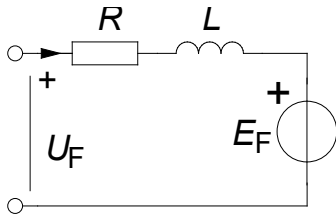
Ekvation 3.6

$$M = K_2 \Phi \cdot I_A$$

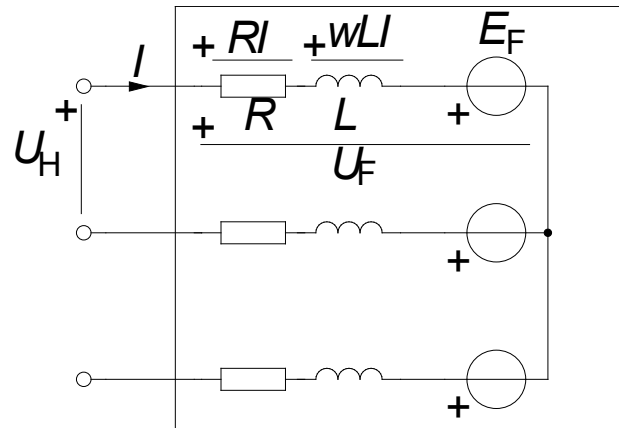
Ekvation 7.8

Vid tongång är $M = 0$

PM-synkronmotorn



Figur 3-10 Ekvivalent schema för en fas hos en sinusmotor.



Figur 3-11 Trefasmaskin

$$E_F = \Psi_R \cdot \omega$$

Ekvation 3.7

$$E_F = \Psi_R \cdot \omega$$

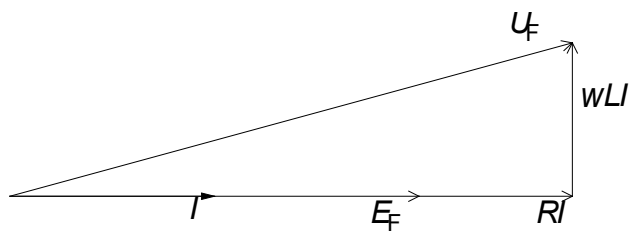
Ekvation 3.8

$$P = 3 \cdot E_F \cdot I \cdot \cos\varphi$$

Ekvation 3.9

$$M = 3 \cdot \Psi_R \cdot I$$

Ekvation 3.10

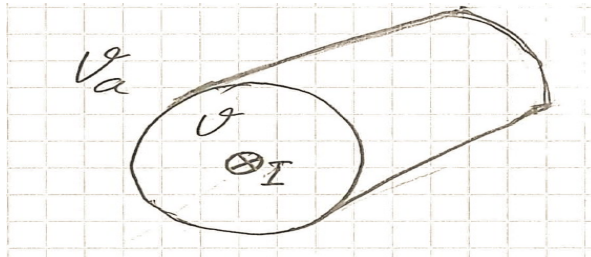


Figur 3-12 Visardiagram för en PM-Synkronmotor, en fas.

En tankemodell är att se en p -polig maskin som en tvåpolig med en växel på utgående axel som växlar ner den elektriska frekvensen med en faktor $p/2$. Det som gäller varvtalet gäller även vinkeln: $\varphi_{el} = p \cdot \varphi_{mek} / 2$.

Uppvärmning av elmotorer

ϑ är motorns temperatur [°C]. ϑ_a är omgivningens temperatur [°C]. I är strömmen [A]



Figur 3-13 Elmotor betraktad som en metallcylinder där en ström flyter axiellt i centrum mellan motorn och omgivningen kallas övertemperaturen $\vartheta_{\bar{o}}$.

Temperaturskillnaden och omgivningen kallas

$$\vartheta_{\bar{o}} = \vartheta - \vartheta_a$$

Ekvation 3.11

Där $\vartheta_{\bar{o}\infty}$ är slutövertemperaturen. Slutövertemperaturen är en jämviktstemperatur

$$\vartheta_{\bar{o}\infty} = R_{th} \cdot P_f$$

Där R_{th} kallas termisk resistans [K/W].

Om vi inför den termiska tidkonstanten kan ekvation skrivas om:

$$\frac{d\vartheta_{\bar{o}}}{dt} = \frac{1}{\tau_{th}} (\vartheta_{\bar{o}\infty} - \vartheta_{\bar{o}})$$

Där $\tau_{th} = m \cdot C / \alpha \cdot A$ är den termiska tidkonstanten [s].

Det är "samma" ekvation som för till exempel uppladdning av kondensator och strömändring i spole. Lösningen kan därför skrivas:

$$\vartheta_{\bar{o}} - \vartheta_{\bar{o}\infty} = (\vartheta_{\bar{o}0} - \vartheta_{\bar{o}\infty}) \cdot e^{-t/\tau_{th}}$$

Avvikelsen är lika med avvikelsen från början multiplicerat med en faktor som avtar med tiden.

Vi tar likströmsmaskinen som exempel: $P_f = R_A \cdot I_A^2$

Val av elmotor vid varierande last

$$P_{dN} \cdot \left(\frac{M_c}{M_N} \right)^2 \cdot T = \sum_{i=1}^M P_{dN} \cdot \left(\frac{M_i}{M_N} \right)^2 \cdot t_i \Rightarrow M_c = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^M M_i^2 \cdot t_i} \quad \text{Ekvation 3.12}$$

C-syntax och egna kommandon

Ett uttryck i C byggs upp på vanligt sätt av variabler, konstanter och operatorerna ovan, eventuellt med parenteser för att styra beräkningsordningen. Även funktionsanrop kan ingå i uttryck. Sådana anrop görs genom att skriva funktionens namn direkt följt av parametrarna inom parenteser (parenteserna måste finnas där även om funktionen saknar argument).

C-syntax	Enkla kommentarer
<code>int heltal;</code>	Variabeldeklaration för heltalsvariabel, t ex: <code>heltal = 128;</code> Kan innehålla både positiva och negativa tal mellan <code>-32768 -- +32767</code> .
<code>float flyttal;</code>	Variabeldeklaration för flyttalsvariabler, t ex: <code>y = 47.11;</code>
<code>char tecken;</code>	Variabeldeklaration för variabel som kan innehålla ett tecken, t ex: <code>tecken = 't';</code>
<code>void loop(void)</code> { <i>programrader</i> }	Själva programmet skriver vi som en funktion. Måsvingarna definierar var programmet börjar och slutar. Funktionens namn är <i>loop</i> .
<code>for(i=1; i<8; i = i + 1)</code> { summa = summa + 1; }	For-snurra Så länge räknarvariabeln <i>i</i> är mindre än 8 så skall variabeln <i>summa</i> räknas upp med ett.
<code>while(1)</code> { }	While-snurra Evighetsloop! Snurra så länge <code>1 == 1</code> .
<code>while(adam >= evert)</code> { <i>programrader</i> }	Så länge variabeln <i>adam</i> är större än eller lika med variabeln <i>evert</i> genomförs programraderna mellan "måsvingarna".

<pre>if(x > y) { max = x; } else { max = y; }</pre>	<p>Villkorssats</p> <p>Om $x = 100$ och $y = 75$ kommer max tilldelas värder på x, dvs 100. Om $x = 50$ och $y = 75$ kommer max att tilldelas värdet på y, dvs 75.</p>
<pre>if(elvis < 100) { digitalWrite(10, HIGH); } else { digitalWrite(10, LOW); }</pre>	<p>Om elvis är mindre än 100 så sätts utgång 10 till 1. I annat fall sätts den till 0.</p>
<pre>switch (x) { case 1 : digitalWrite(10, HIGH); break; case 2 : digitalWrite(10, LOW); break; case 3 : digitalWrite(11, HIGH); break; case 4 : digitalWrite(11, LOW); break; default : digitalWrite(10, LOW); digitalWrite(11, LOW); break; }</pre>	<p>En switch/case-sats fungerar så, att beroende på switch-variabelns värde (x i detta fall) så utförs en av case-satserna.</p> <p>Om $x == 3$ kommer programmet att hoppa in vid "case 3" och sätta utgången 11 hög (1:a). Därefter hoppar programmet ut ur switch-satsen.</p> <p>Skulle x ha ett annat värde än 1-4 kommer programmet att gå till "default" där man kan agera på lämpligt sätt, t ex hantera felaktiga värden.</p>
<p>Några kommandon specifika för vår lab</p>	
<pre>void setup() { <i>programrader</i> }</pre>	<p>Initieringsfunktion som t ex bestämmer pinnars funktion – se pinMode() nedan.</p>
<pre>pinMode(10, INPUT);</pre>	<p>Initierar pinne 10 att vara en digital ingång.</p>
<pre>pinMode(10, OUTPUT);</pre>	<p>Initierar pinne 10 att vara en digital utgång.</p>
<pre>digitalWrite(10, HIGH);</pre>	<p>Pinne 10 ettställs, dvs kommer att få värdet 1, vilket motsvarar nominellt 5 V ut.</p>
<pre>digitalWrite(10, LOW);</pre>	<p>Pinne 10 nollställs, dvs kommer att få värdet 0, vilket motsvarar 0 V ut.</p>
<pre>bit_in = digitalRead(10);</pre>	<p>Pinne 10 läses och resultatet lagras i heltalsvariabeln bit_in. 5V ger talet 1 och 0V ger talet 0.</p>

<code>analogWrite(3, 20);</code>	<code>analogWrite(3, 20)</code> gör så att en fyrkantsvåg med <i>duty cycle</i> 20/255 matas ut på pinne 3. Funktionen accepterar heltalsvärden mellan 0 – 255.
<code>ADResultat = analogRead(A0);</code>	<code>analogRead(A0)</code> omvandlar en likspänning på ingång A0 (i detta fall) till ett heltal som lagras i variabeln <code>ADResultat</code> . I vårt fall omvandlas en spänning i intervallet 0-5 V till ett tal mellan 0 och 1023.
<code>delay(1000);</code>	Gör en paus i programmet på 1 sekund (1000 ms).
<code>lcd.begin(16, 2);</code>	Initierar en LCD-display med 16 kolumner och 2 rader.
<code>lcd.setCursor(1, 2);</code>	Flyttar markören till kolumn 1, rad 2.
<code>lcd.print("Tjena!");</code>	Skriver texten Tjena! på displayen.

180109/HJ, 180212/PK, 180807/HJ, 181214/HJ, 190114/HJ 190820/HJ 200505/PK
200904/HJ