

Tentamen del 1
Numeriska metoder SF1511/SF1518/SF1519
14.00-17.00 15/12 2020

Examinator: Mattias Sandberg

Skriv namn och personnummer på varje inlämnat blad.

De nio uppgifterna på del 1 kan maximalt ge 19 poäng. Gränsen för betyg E är 11 poäng. **Till varje uppgift finns ett antal svarsalternativ. För full poäng skall rätt svarsalternativ och kortfattad lösning redovisas.** Del 2 rättas endast om minst 11 poäng erhållits på del 1.

Inga hjälpmedel är tillåtna (ej heller miniräknare).

Lämna in dina svar och lösningar för respektive uppgift under "Uppgifter" i Canvas.

0. Hederskodex. Se uppgift 0 i Canvas. Har du inte lämnat in hederskodexen tidigare behöver du göra det nu.
1. (2p) Ett steg med metoden Bakåt Euler tillämpat på differentialekvationen $y'(t) = t - 2y(t)$ med begynnelsevärdet $y(0) = 0$ ger $y(0.5)$ den approximativa lösningen
- | | | | |
|---------|---------------|--------|--------|
| A. 0 | C. 1/8 | E. 1/4 | G. 1/2 |
| B. 1/12 | D. 1/6 | F. 1/3 | H. 1 |

2. (2p) Givet matlabkoden

```
clear all, close all, clc
x = [-3 -0.5 1.2 4]';
y = [-2 0.7 0.9 5]';
A = [];
for k = 1:length(x)
    A = [A x.^(k-1)];
end
c = A \ y;
yVek = [];
xm = [min(x):0.1:max(x)]';
for m = 1:length(xm)
    ym = 0;
    for n = 1:length(c)
        ym = ym + c(n) * xm(m)^(n-1);
    end
    yVek = [yVek ; ym];
end
plot(x, y, '* ', xm, yVek)
```

Vilken metod / vad gör matlabprogrammet?

- A. Finita differensmetoden
- B. Fixpunktsmetoden
- C. Framåt Euler
- D. Interpolation**
- E. Konvergensstudie
- F. Newton-Raphsons metod
- G. Trapetsregeln

3. (2p) Finita differensmetoden med centraldifferensapproximation av derivata-termen och steglängden $h = 2$ för differentialekvationen

$$y''(x) = x - y(x) + 1,$$

med randvärdena $y(7) = 3$, $y(11) = 5$, ger $y(9)$ det approximativa värdet

- A. 2
- B. 4
- C. 6
- D. 8
- E. 10
- F. 12
- G. 14
- H. 16**

4. (3p) Om integralen

$$\int_{-0.5}^1 (20x^2 - 10x + 1) dx$$

approximeras med trapetsregeln och steglängden 0.5 blir resultatet

- A. 4.75
- B. 5
- C. 5.25
- D. 5.5
- E. 5.75
- F. 6
- G. 6.25
- H. 6.5**

5. (2p) En integral med exakt värde I approximeras med en numerisk metod som beror av en steglängdsparameter h . Resultatet av approximationen kallas I_h . Approximationen har följande trunkeringsfel vid respektive steglängd.

h	$I_h - I$
0.4	0.775
0.2	0.098
0.1	0.012

Vad har metoden för noggrannhetsordning?

- A. 1
- B. 2
- C. 3**
- D. 4
- E. 5
- F. 6
- G. 7
- H. 8

6. (2p) Anpassa $y = c_1 \cos(\frac{\pi}{2}x) + c_2x^4$ med minstakvadratmetoden till de tre datapunkterna

x	-1	0	1
y	1/2	1	1

Vad blir (c_1, c_2) ?

- A. $(1/2, -1/2)$ C. $(1, -1)$ E. $(2, -2)$ G. $(1, 0)$
B. $(1, 3/4)$ D. $(-1, 1)$ F. $(-2, 2)$ H. $(2, 1)$

7. (2p) Ett steg med Newtons metod från startpunkten $(x, y) = (0, 1)$ tillämpat på ekvations-systemet

$$\begin{aligned} x \sin(x) + y^2 - 1 &= 0, \\ \frac{x}{1 + y^2} - 1 &= 0, \end{aligned}$$

ger $(x, y) =$

- A. $(0, 0)$ C. $(1, 0.5)$ E. $(1, 1)$ G. $(-1, 1)$
B. $(-1, 0.5)$ **D. $(2, 1)$** F. $(1, -1)$ H. $(-1, -1)$

8. (2p) Fixpunktsiterationerna

$$x_{n+1} = \sqrt{2 + x_n}, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

med startpunkten $x_0 = 1$ konvergerar mot

- A. -1 C. 0 E. 1/2 **G. 2**
B. -1/2 D. $1/\sqrt{2}$ F. 1 H. iterationerna konvergerar ej

9. (2p) Felgränsen för $z = \frac{x+y}{x-y}$ där $x = 2.00 \pm 0.02$ och $y = 1.00 \pm 0.03$ ges approximativt av (välj det alternativ nedan som är närmast den exakta felgränsen)

- A. 0 C. 0.02 E. 0.05 **G. 0.16**
B. 0.01 D. 0.03 F. 0.08 H. 0.52