

Kontrollskrivning i matematik för Teknisk bastermin

2024-08-26 / 8.15-10.00

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare, formelsamling och skrivmateriel.

Maxpoäng på denna kontrollskrivning är 12. Till samtliga uppgifter krävs fullständiga lösningar. 7p motsvarar ”godkäntnivå”- det ger ingen bonus på tentan men indikerar vad som skulle vara godkäntnivå på era förkunskaper.

1. Lös ekvationen $\frac{5}{3} + \frac{4}{x} = 5$. Svara exakt. (1p)

2. Lös ekvationen $\frac{x^2 - 16}{x - 4} = 8$. (2p)

3. Förenkla uttrycket $\frac{ab - \frac{a}{b}}{ab + a}$ så långt som möjligt. (2p)

4. Låt $f(x) = x - 3$. Bestäm $f'(x)$ med hjälp av derivatans definition. (2p)

5. Lös ekvationen $\cos v = 0,850$ $0^\circ \leq v < 360^\circ$. Svara i hela grader. (2p)

6. Bestäm för funktionen $f(x) = 1 - x^4$ eventuella lokala maxpunkter, lokala minpunkter och terrasspunkter. (3p)

Lösningsförslag

1.

$$\frac{5}{3} + \frac{4}{x} = 5$$

$$\frac{4}{x} = 5 - \frac{5}{3}$$

$$\frac{4}{x} = \frac{15-5}{3}$$

$$\frac{x}{4} = \frac{3}{10}$$

$$x = \frac{12}{10}$$

$$x = \frac{6}{5}$$

2. Definitionsmängd: $x \neq 4$

$$\frac{x^2 - 16}{x - 4} = 8$$

$$\frac{(x+4)(x-4)}{x-4} = 8$$

$$x+4=8$$

$$x=4$$

Denna enda lösning ingår inte i definitionsmängden. Svar: Lösning saknas.

3.

$$\frac{ab - \frac{a}{b}}{ab + a} = \frac{a(b - \frac{1}{b})}{a(b+1)} = \frac{b(b - \frac{1}{b})}{b(b+1)} = \frac{b^2 - 1}{b(b+1)} = \frac{(b+1)(b-1)}{b(b+1)} = \frac{b-1}{b}$$

4. $f(x) = x - 3$.

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h-3) - (x-3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 1 = 1$$

5.

$$\cos v = 0,850 \quad 0^\circ \leq v < 360^\circ$$

$$v = \pm \arccos 0,850 + n \cdot 360^\circ = \pm 31,788^\circ + n \cdot 360^\circ$$

Av dessa ligger $v = 31,788^\circ$ och $v = 328,212^\circ$ i intervallet

Svar: $31,8^\circ$ och 328°

6. Vi börjar med att beräkna eventuella nollställen till derivatan

$$f(x) = 1 - x^4$$

$$f'(x) = 4x^3$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 4x^3 = 0 \Rightarrow x = 0$$

Derivatan har alltså ett nollställe vid $x=0$.

Vi sätter in dessa nollställen i andraderivatan för att undersöka extrempunkternas karaktär.

Positiv andraderivata betyder minpunkt och negativ andraderivata betyder maxpunkt.

$$f'(x) = 4x^3$$

$$f''(x) = 12x^2$$

$$f''(0) = 0$$

Detta klargör inte vilken typ av punkt det är. Sätt därför in värden i $f(x)$:

$$f(-1) = 1 - (-1)^4 = 0$$

$$f(0) = 1 - 0^4 = 1$$

$$f(1) = 1 - 1^4 = 0$$

Vi har alltså ett lokalt maximum vid $x=0$.

Svar: maxpunkt (0, 1)

Rättningsmall

Generella riktlinjer för tentamensrättning

Varje beräkningsfel -1 poäng

(Därefter fortsatt rättning enligt nya förutsättningar)

Beräkningsfel; allvarliga och/eller leder till förenkling -2 poäng eller mer

Prövning istället för generell metod - samtliga poäng

Felaktiga antaganden/ansatser - samtliga poäng

Lösning svår att följa och/eller Svaret framgår inte tydligt -1 poäng eller mer

Om '=' saknas (t.ex. ' $\Rightarrow$ ' används istället) -1 poäng/tenta

Om '=' används felaktigt (t.ex. istället för ' $\Rightarrow$ ') -1 poäng/tenta

Teoretiska uppgifter:

Avrundat svar -1 poäng/tenta

Tillämpade uppgifter:

Enhet saknas/fel -1 poäng/tenta

Avrundningar i delberäkningar som ger fel svar -1 poäng/tenta

Svar med felaktigt antal värdesiffror (± 1 värdesiffra ok) -1 poäng/tenta

Andra avrundningsfel -1 poäng/tenta

Specifika uppgifter

1. Rätt eller fel

2. Tar ej hänsyn till defmängd (Svarar med $x = 4$) -1p

3. Svarar med $\frac{1}{b}(b-1)$ eller $1 - \frac{1}{b}$ -0p

4. Använder inte derivatans definition -2p

lim saknas någonstans -1p

lim kvar efter att gränsvärdet beräknats -1p

5. Någon lösning saknas eller ligger utanför intervallet -1p

6. Svarar med x-värden och inte med punkter -1p

Punkternas karaktär ej bestämda / felaktigt bestämda -1p