DD2350 ADK24
Teoritenta 2024-12-19

Lösningsförslag och rättningsmall

Du ska efter bästa förmåga rätta en kamrats tenta

Du hittar tentan att bedöma i FeedbackFruits.

Ge poäng och eventuella bedömningskommentarer uppgift för uppgift allteftersom vi går igenom uppgifterna tillsammans. Rätta inte i förväg.

Håll koll på vilka poäng du har gett så att du kan räkna ihop när du är klar.

Du kan fråga om du är osäker på bedömningen på en uppgift.

Om du ändå är osäker väljer du alternativet ”osäker” i återkopplingen. Då kommer vi att titta särskilt på den uppgiften vid genomgången efteråt.

Uppgift 1 (1 poäng)

a) Vad är den engelska termen för *dekomposition*?

Svar: *divide and conquer*

b) Vad är den svenska termen för *Master theorem*?

Svar: *mästarsatsen*

Rättningsmall: 0,5 poäng för varje rätt svar.
Uppenbara felstavningar och fel på singular/plural är okej.

Uppgift 2 (1 poäng)

Definiera nedanstående begrepp. Ge bara en definition av varje begrepp, inga exempel eller liknande. Definiera inte andra begrepp som ingår i dina definitioner.

Det är viktigt att det är rena definitioner som görs av begreppen. Det ska inte finnas överflödig information, exempel eller motsägelser i definitionerna. Det får inte vara cirkeldefinitioner (att begreppet som ska definieras används för att definiera begreppet).

Uppgift 2a (0,5 poäng)

Definiera begreppet *undre gräns* (för tidskomplexiteten för ett problem).

Svar: En gräns för hur liten tidskomplexiteten kan vara för någon algoritm som löser problemet.

Rättningsmall: 0,5 poäng för rätt svar.

Andra formuleringar är möjliga, men det är viktigt att det **både** framgår att det är *en så låg/liten/minimal komplexitet som möjligt* **och** att *gränsen gäller för alla algoritmer för problemet*.

Om exempel eller överflödig information ingår i svaret ges 0 poäng.

Uppgift 2b (0,5 poäng)

Definiera begreppet *oavgörbart problem*

Svar: Ett beslutsproblem som inte kan lösas av någon algoritm i ändlig tid.

Rättningsmall: 0,5 poäng för rätt svar.

Andra formuleringar är möjliga, men det är viktigt att det framgår att det *inte kan lösas i ändlig tid*.
Det är okej att skriva *problem* istället för *beslutsproblem*.
Det är okej att utelämna *av någon algoritm*.

Om exempel eller överflödig information ingår i svaret ges 0 poäng.

Uppgift 3 (8 poäng) Allmänna rättningsanvisningar

För varje deluppgift:

Rätt svar med korrekt övertygande motivering ger 2 poäng.

Rätt svar med svag/ingen/fel motivering ger 1 poäng.

Fel svar ger 0 poäng oavsett motivering.

Uppgift 3a (2 poäng)

$T(n)=2\ T(n/2)+16 \log n+8$ och $T(1)=7$. Påstående: $T(n)\in\Theta(n)$

Svar: *Sant*

Motivering: Påståendet betyder att $T(n)$ växer lika snabbt som n asymptotiskt (sånär som på en multiplikativ konstant).
Eftersom $\log_2 2=1$ och $16 \log n+8\in O(n^{1-\varepsilon})$ så ger fall 1 i mästarsatsen att $T(n)\in\Theta(n)$.

Rättningsmall: För att motiveringen ska ge full poäng krävs att den förklarar att påståendet betyder att $T(n)$ växer lika snabbt som n och motiverar med mästarsatsen (eller annan metod) att $T(n)$ växer just så.

Om förklaring av påståendet saknas ges 1,5 poäng.

Uppgift 3b (2 poäng)

Påstående: En *kö* kan implementeras effektivare än en *stack* som en beständig datastruktur.

Svar: *Falskt*

Motivering: Både Push och Pop på en stack kan implementeras i konstant tid med en beständig datastruktur. För en kö kan bara en av operationerna Enqueue och Dequeue implementeras i konstant tid om datastrukturen ska vara beständig. Den andra kommer att ta längre tid i värsta fallet. Det är alltså tvärtom så att en stack kan implementeras effektivare än en kö som beständig datastruktur.

Det räcker att motivera med att Push och Pop går i konstant tid och konstatera att kööperationerna inte kan vara effektivare än så.

Uppgift 3c (2 poäng)

Påstående: Att en algoritm har *polynomisk* tidskomplexitet innebär att värstafallettidskomplexiteten är $O(n^k)$ där k är en positiv konstant och n är det största talet som förekommer i indata.

Svar: *Falskt*

Motivering: n är inte ett tal i indata utan beskriver längden av indata (antal rutor på Turingmaskinens band, antalet bitar eller motsvarande). Ett tal m i indata tar log m bitar att representera. En tidskomplexitet som är polynomisk i m är därför exponentiell i antalet bitar. Detta kallas pseudopolynomisk tid.

Rättningsmall: Första meningen i motiveringen (utan parentes) räcker för full poäng.

Uppgift 3d (2 poäng)

Anta att det finns en polynomisk Karpreduktion *f* som transformerar 3CNFSAT-instanser till instanser av problemet Q.
Påstående: För att visa att Q ligger i NP räcker det att konstruera en polynomisk verifikationsalgoritm som kan verifiera *f*(φ) för alla satisfierbara instanser φ till 3CNFSAT.

Svar: *Falskt*

Motivering: Det kan finnas många Q-instanser som inte går att bilda genom reduktionen. Reduktionen visar att Q är NP-svårt, men det kan vara hur svårt som helst.
Det kan vara så att instanserna *f*(φ) går att verifiera polynomiskt, men att övriga instanser gör Q svårare än NP.
Rättningsmall: Första två meningarna i motiveringen ovan kan utelämnas.

Uppgift 4 (3 poäng)

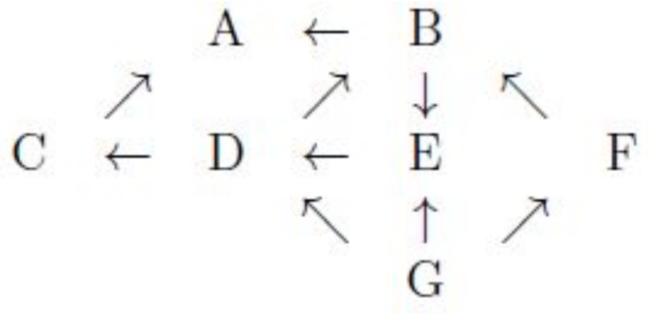
A, B, C, D, E, F och G är beslutsproblem. Anta att B är NP-fullständigt och att man känner till polynomiska Karpreduktioner mellan problemen enligt figuren.
Anta i dessa frågor att P≠NP.

Rättningsmall:

1 poäng ges för varje fråga.

Alla kryss måste vara på exakt rätt plats för att poäng ska ges på frågan.

Uppgift 4 (3 poäng)



a) Vilka av problemen måste vara NP-svåra?
Svar: A, C, D, E

b) Vilka av problemen måste tillhöra NP?
Svar: D, E, F, G

c) Vilka av problemen måste vara NP-fullständiga?
Svar: D, E

Rättningsmall: 1 poäng ges för varje fråga.
Alla kryss måste vara på exakt rätt plats för att poäng ska ges på frågan.

Uppgift 5 (1 poäng)

För att hitta en bra lösning till en viss instans av handelsresandeproblemet kör du Christofides algoritm följt av en lokalsökningsheuristik. Christofides algoritm ger en lösning med målfunktionsvärdet 900 och lokalsökningen hittar en lösning med värdet 840.
Ge en gräns för hur många procent ifrån det optimala värdet 840 är.

Svar: 40%

Förklaring: Christofides algoritm har approximationskvoten 3/2, dvs $OPT \geq 900/(3/2)=600$. $840=600(1+240/600) \leq OPT(1+40/100)$.

Rättningsmall: 1 poäng ges för 40, 40%, högst 40% och motsvarande.

Räkna ihop resultatet

- Räkna ihop alla poäng, inklusive den uppgivna teoripoängen.
- Kontrollera ifall minst en halv poäng tilldelats på vardera uppgift 1 och 2.
- Om kryssrutan för regelefterlevnad inte är ikryssad blir betyget F.
- Ge annars betyg enligt nedanstående regler:

Pass   Minst 13 poäng totalt och minst en halv poäng på både uppgift 1 och 2

Fx   Mellan 11 och 12,5 poäng
eller minst 13 poäng utan att poängkravet på uppgift 1-2 uppnåtts

F   Annars

- Bekräfta att du har bedömt efter bästa förmåga och skicka in din bedömning.