



KTH Teknikvetenskap

SF1624 Algebra och geometri
Kontrollskrivning 1
Onsdagen den 8 december, 2010

Skrivtid: 08.30-09.30 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Mats Boij

Uppgiften bedöms med upp till 12 poäng. För att uppgiften skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 7 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 1. För att få 4 poäng på uppgift 1 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningarna är väl presenterade och lätta att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Betrakta det linjära ekvationssystemet

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 3, \\ x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 = a. \end{cases}$$

där a är en konstant.

- (a) Använd Gausselimination för att överföra totalmatrisen för ekvationssystemet till trappstegsform¹ i fallet då $a = 6$. **(2)**
- (b) Bestäm det värde på konstanten a för vilket systemet har lösning. **(1)**
- (c) Ange tre olika lösningar till systemet för detta värde på a . **(1)**

2. Matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

är ett specialfall av en typ av matriser som ofta förekommer i olika tillämpningar, exempelvis i samband med diskretisering av differentialekvationer för numerisk lösning. Använd rad- eller kolonnoperationer för att beräkna determinanten av matrisen A . **(4)**

¹row-echelon form

3. Betrakta de två linjerna i rummet, \mathbb{R}^3 , som på parameterform beskrivs av

$$(x, y, z) = (1, 1, 0) + t \cdot (1, -1, 1) \quad \text{och} \quad (x, y, z) = (1, 0, 1) + t \cdot (1, 0, -1).$$

- (a) Bestäm med hjälp av kryssprodukten en vektor som är ortogonal mot bägge dessa linjer. **(1)**
- (b) Kontrollera med hjälp av skalärprodukten att denna vektor verkligen är ortogonal mot bägge linjerna. **(1)**
- (c) Bestäm en ekvation för ett plan som ligger mellan dessa linjer, dvs ett plan som är parallellt med bägge linjerna och sådant att de två linjerna ligger på olika sidor om planet. **(2)**