KTH Teknikvetenskap

SF1624 ALGEBRA OCH GEOMETRI
SEMINARIEUPPGIFT 1
PERIOD 3, VT11

Se www.kth.se/social/course/SF1624 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

UPPGIFTER TILL SEMINARIE 1

Uppgift 1. Lös de linjära ekvationssystemen

(a) $\begin{cases} 2x + y = 4 \\ -x + 3y = -5 \end{cases}$ (b) $\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 = 7 \\ 3x_1 + 2x_2 = -2 \end{cases}$ (c) $\begin{cases} 2\alpha + 3\beta = 2 \\ 3\alpha + 6\beta = -1 \end{cases}$

(d) $\begin{cases} 2x + y - 2z = 4 \\ -x + 3y + z = -5 \end{cases}$ (e) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 4 \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 = -5 \\ 4x_1 - 5x_2 - 4x_3 = 14 \end{cases}$

(Läs först avsnitt 1.1 och 1.2 i boken och arbeta med de rekommenderade uppgifterna i dessa.)

Uppgift 2. Använd Gausselimination för att reducera följande totalmatriser[1] till reducerad trappstegsform[2] och använd detta till att skriva upp lösningen till motsvarande ekvationssystem. Diskutera likheter och skillnader mellan dessa två fall.

(a) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -2 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & -10 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$ (b) $\begin{pmatrix} 1 & 5 & -2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 2 & 2 & 1 \\ -2 & -10 & 4 & 0 & -2 \end{pmatrix}$

(Läs först avsnitt 1.1 och 1.2 i boken och arbeta med de rekommenderade uppgifterna i dessa.)

Uppgift 3. Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}.$$

(a) Beräkna potenserna A^n, för $n = 1, 2, 3$ genom att successivt multiplicera A med sig själv.
(b) Beräkna de negativa potenserna A^n, för $n = -1, -2, -3$ genom att antingen invertera resultaten från (a) eller ta potenser av A^{-1}.

[1] augmented matrices
[2] reduced row-echelon form

(c) Använd ett linjärt ekvationssystem och Gausselimination för att bestämma konstanter a och b så att $A^2 + aA + bI_2 = 0$, där I_2 är identitetsmatrisen av storlek 2×2. (*Ledning*: Matrisekvationen ger upphov till fyra ekvationer i de två obekanta a och b för de olika elementen i matrisen.)

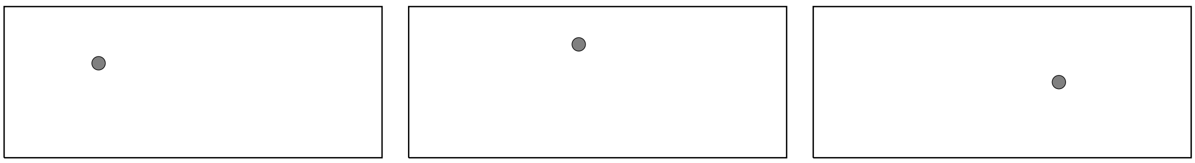
(Läs först avsnitt 1.3 och 1.4 i boken och arbeta med de rekommenderade uppgifterna i dessa avsnitt. För att lösa ekvationssystemet i del (c) bör ni använda metoderna från avsnitt 1.2)

Uppgift 4. Avgör för vilka högerled (b_1, b_2, b_3) det finns en lösning till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & = & b_1 \\ 4x_1 & + & 3x_2 & - & 4x_3 & = & b_2 \\ -8x_1 & - & 5x_2 & + & 2x_3 & = & b_3 \end{cases}$$

och bestäm lösningen i dessa fall. (Läs först avsnitt 1.6 och jämför med exempel 4 och uppgift 1.6.15.)

Uppgift 5. Enligt de enkla modellerna för kaströrelse kommer en boll som kastas iväg att beskriva en *kastparabel*, dvs en andragradskurva som kan beskrivas med $y = ax^2 + bx + c$. Avgör var bollen träffar ramen då följande tre bilder är tagna av en boll i en kaströrelse genom noggrant mäta i figurerna och använda linjära ekvationssystem på lämpligt sätt. Diskutera fördelar och nackdelar med att införa koordinatsystem på olika sätt. (Jämför med uppgift 1.1.15 i boken och använd metoderna från kapitlet för att lösa det linjära ekvationssystemet.)



REKOMMENDERADE UPPGIFTER

Utöver ovanstående seminarieuppgifter rekommenderas följande uppgifter från kursboken till självstudier och övningar:

Kapitel 1 — Linjära ekvationssystem och matriser		
1.1.	Introduktion till linjära ekvationssystem	15, 16, 17
1.2	Gausselimination	5, 7, 27, 35, 37, 41
1.3	Matriser och matrisoperationer	3, 4, 5, 7, 12, 13
1.4	Inverser, algebraiska egenskaper hos matriser	5, 9, 11, 13, 18abc, 28
1.5	Elementära matriser och en metod för att bestämma A^{-1}	9, 15, 25
1.6	Mer om linjära ekvationssystem och inverterbara matriser	3, 5, 9, 11, 15
1.7	Diagonalmatriser, triangulära och symmetriska matriser	27, 33