



KTH Teknikvetenskap

SF1624 ALGEBRA OCH GEOMETRI SEMINARIEUPPGIFTER OCH REKOMMENDERADE UPPGIFTER FÖR VECKA 2 HT10

Se www.kth.se/social/course/SF1624 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

UPPGIFTER TILL SEMINARIE 2

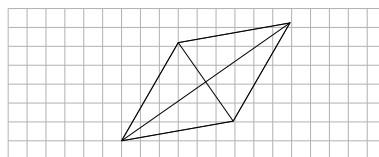
Uppgift 1. Beräkna determinanten av

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 2 & 1 & 5 \\ 4 & 2 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 6 & 9 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

och diskutera fördelar och nackdelar med att använda kofaktorutveckling jämfört med rad- och/eller kolonnoperationer för att beräkna denna determinant.

Uppgift 2. Bestäm en ekvation för det plan som innehåller de båda linjerna $(x, y, z) = (0, -2, 5) + t \cdot (2, 1, -1)$ och $(x, y, z) = (3, 1, 0) + t \cdot (-4, -2, 2)$.

Uppgift 3. Visa, med hjälp av vektorer och skalärprodukt¹, att diagonalerna i en romb skär varandra under rät vinkel.



Uppgift 4. Medianerna i en triangel skär varandra i en punkt. Visa att denna delar respektive median i förhållandet 2 : 1 genom att använda vektorkalkyl.

Uppgift 5. En ogenomskinlig triangulär skiva med hörn i punkterna $P = (-4, -5, 5)$, $Q = (0, -2, 3)$ och $R = (2, 14, 1)$ belyses av en punktförmig ljuskälla i punkten $S = (-10, -10, 10)$. Skivan kastar en triangulär skugga i xy -planet. Beräkna skuggans area.

¹Dot product i kursboken

Uppgift 6. Beräkna det kortaste avståndet mellan linjerna som ges av

$$(x, y, z) = (1, 0, -1) + t \cdot (2, 0, 1)$$

och

$$(x, y, z) = (3, 1, 0) + t \cdot (1, 1, -1),$$

där t är en reell parameter. Mellan vilka punkter på linjerna är avståndet kortast?

Uppgift 7. Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

som förekommer vid anpassning av linjer till mätdata.

- Beräkna $\det(A^T A)$.
- Beräkna $\det(AA^T)$.
- Red ut hur motsvarande resultat blir för större matriser av samma slag, dvs för

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & n \\ 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \end{pmatrix},$$

där n är något heltal större än eller lika med 5.

REKOMMENDERADE UPPGIFTER

Utöver ovanstående seminarieuppgifter rekommenderas följande uppgifter från kursboken till självstudier och övningar:

Kapitel 2 — Determinanter			
2.1	Determinanter och kofaktorutveckling	3ab, 11, 22, 31	5, 15, 29
2.2	Beräkning av determinanter med hjälp av radoperationer	3, 14, 21, 25	7, 15, 23, 35
2.3	Egenskaper hos determinanter och Cramers regel	3, 9, 17, 25, 30	5, 11, 19, 29, 35acd
Kapitel 3 — Euklidiska vektorrum			
3.1	Vektorer i planet, rummet och det n -dimensionella rummet	7b, 11b, 21, 31	9b, 15f, 27, 33ab
3.2	Längd, skalärprodukt och avstånd i \mathbb{R}^n .	1, 7, 11b, 17, 25b	3, 9b, 13ab, 23cd
3.3	Ortogonalitet	1cd, 7, 13, 19b, 29, 37	3cd, 9, 17, 23, 33, 43
3.4	Geometrin hos linjära ekvationssystem	1, 5, 13, 17, 23	3, 9, 15, 21, 25
3.5	Kryssprodukt	1b, 11, 15, 19, 29, 33	5, 17, 25, 31a

Räkna i första hand uppgifterna i vänstra spalten och använd uppgifterna till höger om det behövs ytterligare övning.