



KTH Teknikvetenskap

SF1624 Algebra och geometri
Kontrollskrivning 2
Fredagen den 28 januari, 2011

Skrivtid: 15.30-17.00 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Mats Boij

Uppgiften bedöms med upp till 12 poäng. För att uppgiften skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 6 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 2. För att få 4 poäng på uppgift 2 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningarna är väl presenterade och lätta att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Låt V vara mängden av vektorer (x_1, x_2, x_3) i \mathbb{R}^3 som uppfyller $x_1 + x_2 + x_3 = 0$, dvs är ortogonala mot vektorn $(1, 1, 1)$.

(a) Visa att V är ett underrum¹ i \mathbb{R}^3 . (2)

(b) En bas för V ges av $B = \{(1, 0, -1), (1, -1, 0)\}$. Bestäm koordinaterna för vektorn $\mathbf{v} = (1, -2, 1)$ med avseende på basen B . (2)

2. I denna uppgift är $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 3 & -6 \end{bmatrix}$.

(a) Bestäm en bas för nollrummet² till A och en bas för radrummet³ till A . (Kontrollera gärna räkningarna genom att se att de båda rummens basvektorer är ortogonala mot varandra.) (2)

(b) Bestäm en bas för kolonrummet⁴ till A och en bas för nollrummet till A^T . (Även här kan räkningarna kontrolleras på samma sätt som ovan.) (2)

3. Den här uppgiften handlar om linjära avbildningar från \mathbb{R}^2 till \mathbb{R}^2 och deras standardmatriser. Låt (x, y) vara koordinaterna i ett rätvinkligt koordinatsystem i \mathbb{R}^2 .

(a) Låt $T_1 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ vara rotationen kring origo med en vinkel på 90° ($\pi/2$ radianer) moturs. Bestäm standardmatrisen, A , för T_1 . (1)

¹eng. *subspace*, kallas också *delrum* på svenska.

²eng. *null space*

³eng. *row space*

⁴eng. *column space*

- (b) Låt $T_2 : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ vara speglingen i linjen $y = -x$. Bestäm standardmatrisen, B , för T_2 . **(1)**
- (c) Bestäm standardmatrisen, C , för sammansättningen $T_2 \circ T_1$. **(1)**
- (d) Avbildningen $T_2 \circ T_1$ är en spegling. I vilken linje? Motivera ditt svar. **(1)**