



KTH Teknikvetenskap

SF1624 Algebra och geometri
Kontrollskrivning 1
Måndagen den 31 januari, 2011

Skrivtid: 16.30-18.00 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Mats Boij

Uppgiften bedöms med upp till 12 poäng. För att uppgiften skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 7 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 1. För att få 4 poäng på uppgift 1 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningarna är väl presenterade och lätta att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Låt

$$A = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & 1 & 5 \\ -2 & 1 & -3 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 3 & 1 & -2 \end{array} \right].$$

vara totalmatrisen¹ för ett linjärt ekvationssystem i fyra obekanta, x_1, x_2, x_3, x_4 .

- (a) Överför A på reducerad trappstegsform² med hjälp av Gauss-Jordans metod. (*Ledning*: Om du har räknat rätt ska lösningen bara innehålla heltal.) (2)
- (b) Använd den reducerade trappstegsformen av A för att lösa ekvationssystemet. (2)

2. Låt

$$A = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -1 \\ 2 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -5 \end{bmatrix}$$

och låt $B = (A - A^T)^2$.

- (a) Beräkna B . (1)
- (b) Beräkna $\det B$. (2)
- (c) I det här fallet är B symmetrisk, dvs $B^T = B$. Går det att hitta en annan kvadratisk matris A sådan att $(A - A^T)^2$ inte är symmetrisk? (1)

¹eng. *augmented matrix*

²eng. *reduced row-echelon form*

3. Låt W vara planet i \mathbb{R}^3 som ges av ekvationen $3x + 2y + z = -6$ och låt P vara punkten med koordinater $(1, 2, 1)$.
- (a) Bestäm en ekvation för ett plan U som är parallellt med W och som går genom punkten P . (2)
- (b) Bestäm avståndet mellan planet W och punkten P . (2)