

**Seminarium 4 i kursen SF1626 Flervariabelanalys VT2011**

1. a) Är det sant att

$$0 < \iint_D \sqrt{(x^2 + y^2)} \, dx dy < 6$$

då  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ ?

- b) Beräkna ett approximativt värde till integralen i a) .

2. Dubbelintegralen

$$\iint_{x^2+y^2 \leq 1} x \, dx dy$$

kan beräknas exakt på ett antal olika sätt. Bestäm integralens värde genom att

- a) genomföra upprepad enkelintegrering,  
b) byta till polära koordinater,  
c) tänka på hur dubbelintegralen definieras och beakta symmetriegenskaper hos integrand och integrationsområde.
3. Funktionen  $f(x, y) = y^2 + xy$  skall integreras över ett område  $U$  som är en delmängd av halvcirkelskivan  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $y \geq 0$ . Hur skall  $U$  väljas för att integralen skall få ett så stort värde som möjligt? Ett så litet värde som möjligt?

4. Beskriv följande områden med hjälp av villkor av formen  $f(x) \leq y \leq g(x)$ ,  $a \leq x \leq b$ .

- a) Triangeln med hörn i  $(0, -1)$ ,  $(0, 1)$  och  $(2, 0)$  .  
b) Området som begränsas av kurvorna  $y = \sqrt{x}$  och  $y = x^3$

Beskriv nu också dessa områden med hjälp av villkor av formen  $h(y) \leq x \leq k(y)$ ,  $c \leq y \leq d$ .

Beräkna dubbelintegralen av funktionen  $f(x, y) = xy$  över vart och ett av dessa områden på vardera två olika sätt.

5. En sandhög täcker ett cirkelformat område med radie  $R$ . Sandhögens höjd över marken ges av  $h(r) = 2/(1 + r^2)$  [m], där  $r$  [m] är avståndet längs marken till cirkelns medelpunkt. Hur mycket sand innehåller högen?

6. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D \frac{x}{y} dx dy$$

där  $D$  är det område i tredje kvadranten som begränsas av kurvorna  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $x^2 + y^2 = 4$ ,  $x = 0$  och  $x + y = 0$ .

---

Ovanstående uppgifter ska lösas inför seminarietillfället. Till seminariet ska du ha med dig lösningar på dessa uppgifter, skrivna på ett papper per uppgift, med namn och personnummer på. Lösningarna ska vara väl motiverade och tydligt skrivna. Även en person som inte är insatt i problemet i förväg ska lätt kunna läsa och förstå era lösningar. Rita figur, förklara alla beteckningar du inför, använd vårt svenska språk för att förklara hur du resonerar!

Vid seminariet kommer era lösningar att behandlas och diskuteras. Exempel på vad som kan hända: några uppgifter samlas in och rättas av lärare, några uppgifter kamraträttas, dvs rättas av andra studenter, några uppgifter blir lösta på tavlan av studenter (t ex av dig!). Precis vad som ska hända och vad du ska göra får du veta när du kommer dit. Men du måste vara så förberedd att du kan förklara alla dina lösningar framme vid tavlan inför de andra studenterna.

Godkänd vid ett seminarietillfälle blir du om du både är närvarande vid hela seminarietillfället och på ett korrekt och bra sätt utför de uppgifter du blir tilldelad, dvs räknar och förklarar vid tavlan, rättar andra studenters lösningar, lämnar in korrekta och välskrivna lösningar osv.

Godkänd på hela seminarieserien blir du om du är godkänd på minst 4 av de 6 seminarietillfällena. Klarar du det får du automatiskt 3 poäng på uppgift 3 vid det ordinarie skriftliga tentamenstillfället och vid ordinarie omtentamenstillfället (och endast vid dessa tillfällen). Väl godkänd blir du om du är godkänd på alla 6 seminarietillfällen och du får då på motsvarande sätt automatiskt 4 poäng på uppgift 3. Om du har 3 poäng på uppgiften genom seminarierna och vill höja till 4 poäng behöver du göra hela uppgiften vid tentamen.

Det är tillåtet att samarbeta med andra när du löser uppgifterna, men det är inte tillåtet att skriva av en lösning eller lämna in en lösning som du inte arbetat med själv. Var och en ska skriva sina egna lösningar. Och observera detta: det räcker inte att du har med dig lösningar, du ska i detalj kunna förklara varje steg i lösningarna. Om du inte muntligt och skriftligt kan förklara din egen lösning ordentligt blir du inte godkänd.

**Din föreläsare informerar om i vilken grupp du skall redovisa dina seminarieuppgifter. Endast seminarieuppgifter redovisade i föreskriven grupp ger underlag för bonuspoäng.**