



KTH Teknikvetenskap

**SF1624 ALGEBRA OCH GEOMETRI
SEMINARIEUPPGIFT 6
PERIOD 3, VT11**

Se www.kth.se/social/course/SF1624 för information om hur seminarierna fungerar och vad du förväntas göra inför och under seminarierna.

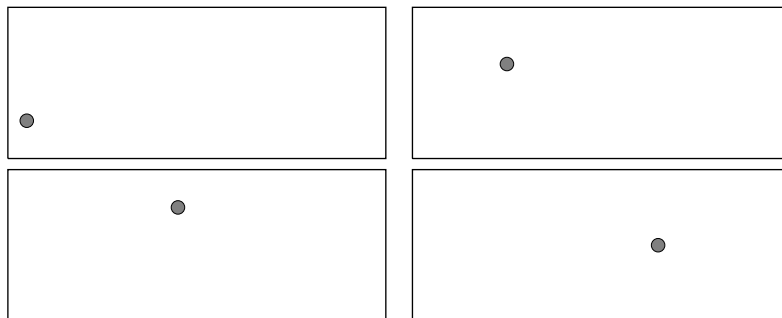
UPPGIFTER TILL SEMINARIE 6

Uppgift 1. Betrakta \mathbb{R}^4 med den inre produkten

$$\langle (x_1, x_2, x_3, x_4), (y_1, y_2, y_3, y_4) \rangle = \sum_{k=1}^4 x_k y_k = x_1 y_1 + x_2 y_2 + x_3 y_3 + x_4 y_4.$$

- (a) Bestäm en ortogonal bas F till $W = \text{span}\{(1, 1, 2, 1), (2, 1, -1, -2), (1, 1, 1, 1)\}$.
- (b) Använd sedan den ortogonala basen F för W för att bestämma den ortogonala projektionen av vektorn $(1, 2, 1, 1)$ på underrummet W .
- (c) Utvidga den ortogonala basen F för W till en ortogonal bas för hela \mathbb{R}^4 .

Uppgift 2. Enligt de enkla modellerna för kaströrelse kommer en boll som kastas iväg att beskriva en *kastparabel*, dvs en andragradskurva som kan beskrivas med $y = ax^2 + bx + c$. Avgör var bollen träffar ramen då följande fyra bilder är tagna av en boll i en kaströrelse genom att noggrant mäta i bilderna och anpassa en andragradskurva med hjälp av minsta-kvadratmetoden.



Uppgift 3. Betrakta andragradskurvan $C = \{(x, y) | x^2 + 4xy + y^2 = 1\}$ i \mathbb{R}^2 .

- (a) Bestäm den kanoniska formen (dvs huvudaxelformen) av C .
 (b) Skissa C i koordinaterna (x, y) .

Uppgift 4. Bestäm det minsta talet a för vilket olikheten

$$xy + yz \leq a(x^2 + y^2 + z^2)$$

gäller för alla (x, y, z) i \mathbb{R}^3 .

REKOMMENDERADE UPPGIFTER

Utöver ovanstående seminarieuppgifter rekommenderas följande uppgifter från kursboken till självstudier och övningar:

Kapitel 6 — Inreproduktrum		
6.1	Inre produkter	3, 5, 11, 25
6.2	Vinklar och ortogonalitet i inre produktrum	3, 5, 7, 13, 27
6.3	Gram-Schmidts metod och QR-faktorisering	3, 7, 9, 23, 29d
6.4	Minsta-kvadratmetoden	3, 7, 9a, 10, 11
6.5	Minsta-kvadratanpassning till data	3, 5
Kapitel 7 — Diagonalisering och kvadratiska former		
7.1	Ortogonal matriser	1, 3, 15
7.2	Ortogonal diagonalisering	5, 7, 13, 15
7.3	Kvadratiska former	5, 13, 25, 27