KTH Teknikvetenskap

SF1624 Algebra och geometri
Kontrollskrivning 2
Måndagen den 14 februari, 2011

Skrivtid: 16.30-18.00 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Mats Boij

Uppgiften bedöms med upp till 12 poäng. För att uppgiften skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 6 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 2. För att få 4 poäng på uppgift 2 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningarna är väl presenterade och lätta att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Låt $\mathbf{u} = (1,2)$ och $\mathbf{v} = (1,1)$ vara två vektorer i $\mathbb{R}^2$.
   (a) Visa att vektorerna $\mathbf{u}$ och $\mathbf{v}$ utgör en bas B för $\mathbf{R}^2$. **(2)**
   (b) Linjen L har ekvationen $2x - y = 1$ när den uttrycks i koordinaterna (x, y) med avseende på standardbasen i $\mathbb{R}^2$. Bestäm ekvationen för linjen om den uttrycks i koordinaterna (x', y') med avseende på basen B. **(2)**

2. Låt $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ vara en linjär avbildning sådan att

$$T(1,2) = (3,1,2) \quad \text{och} \quad T(1,1) = (1,1,3).$$

   (a) Bestäm standardmatrisen för T. **(3)**
   (b) Bildrummet (eng. *range*) till T utgör ett plan W i $\mathbb{R}^3$. Bestäm en ekvation för W. **(1)**

3. För de tre vektorerna $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ och $\mathbf{w}$ gäller att

$$\begin{cases} \mathbf{u} + 2\mathbf{v} - \mathbf{w} = (1,2,3), \\ \mathbf{u} + 3\mathbf{v} - 2\mathbf{w} = (0,1,1), \\ 2\mathbf{u} + \mathbf{v} + 2\mathbf{w} = (1,0,1). \end{cases}$$

   Avgör om vektorerna $\mathbf{u}$, $\mathbf{v}$ och $\mathbf{w}$ utgör en bas för $\mathbb{R}^3$. **(4)**