

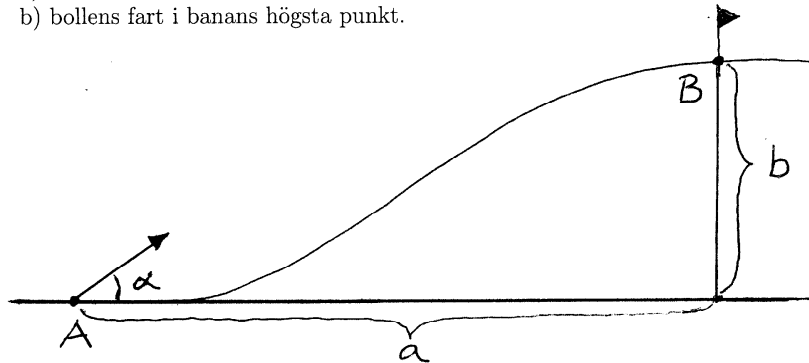
## Tentamen, 5C1102, 06 05 17

Varje uppgift ska lämnas på separat blad!

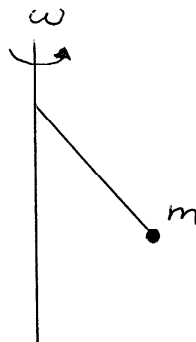
Var noga med att skilja mellan vektorer och skalärer!

1. En golfspelare ska slå bollen från punkt  $A$  till punkt  $B$  med utslagsvinkeln  $\alpha$ , enligt figuren. Bortse från luftmotståndet och bestäm

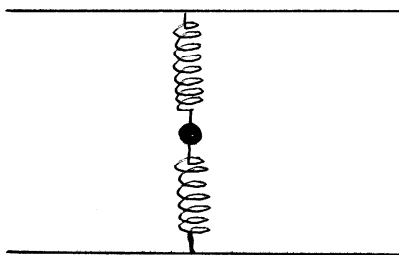
- bollens fart vid utslaget.
- bollens fart i banans högsta punkt.



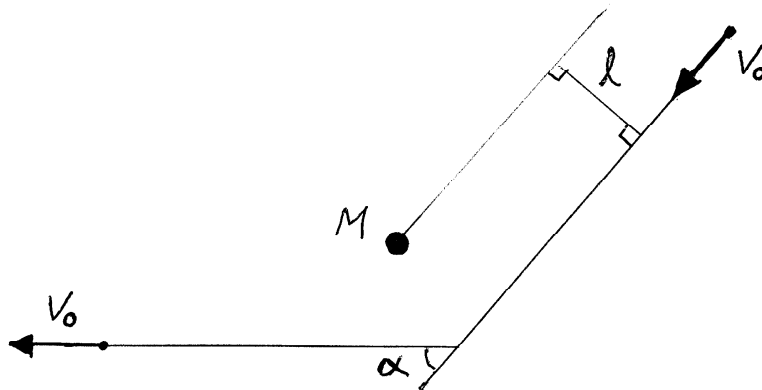
2. En kula med massan  $m$  är fäst i ett gummiband som är fäst i en vertikal stång som roterar med vinkelhastigheten  $\omega$ . Gummibandet har längden  $l_0$  då det inte är spänt och fungerar som en fjäder med fjäderkonstanten  $k$ . Kulan rör sig i en cirkelbana, utan några svängningar. Bestäm vinkeln mellan gummibandet och stången!



3. En liten kula med massan  $m$  är upphängd mellan två vertikalt stående fjädrar, båda med fjäderkonstanten  $k$ , enligt figuren. Kulan släpps då fjädrarna är ospända. Beteckna kulans läge med  $x$  och bestäm dess fortsatta rörelse  $x(t)$ !



4. En rymdsond ska byta kurs genom att passera i närheten av Jupiter. På stort avstånd från Jupiter har sonden farten  $v_0$  i förhållande till Jupiter, enligt figuren, och då sonden passerat kommer den att ha samma fart då avståndet åter är stort, fast hastigheten har ändrat riktning. Avståndet mellan hastighetens förlängda linje och Jupiters masscentrum är  $l$ , enligt figuren. Bestäm avläkningsvinkeln  $\alpha$ !



Ledning: Bestäm först det värde för  $\theta$  som motsvarar ett mycket stort (d v s oändligt stort) avstånd mellan sonden och Jupiter! Totala energin för sonden kan skrivas

$$E = \frac{(GM)^2 m (e^2 - 1)}{2h^2} \quad (1)$$

där  $M$  är Jupiters massa,  $m$  är sondens massa och  $h$  är dubbla sektorshastigheten. Banans ekvation kan skrivas

$$r = \frac{ed}{1 + e \cos \theta} \quad (2)$$

## Teoridel

5. Härled uttrycken för hastighet och acceleration i naturliga komponenter. Det ska ingå en härledning av derivatan av den tangentiella enhetsvektorn  $\mathbf{e}_t$ .

6. a) Definiera den potentiella energin  $V(\mathbf{r})$  för en konservativ kraft!

b) Härled ett uttryck för den potentiella energin för Newtons allmänna gravitationslag! OBS: Du ska använda den **allmänna** lagen!

c) Härled med hjälp av uttrycket i b) och energiprincipen, ett uttryck för flykthastigheten, d v s den utgångshastighet vid jordytan som krävs för att ett föremål ska slungas långt bort från jorden och aldrig mer komma tillbaka.

7. En vagn med massan  $m$  rör sig under inverkan av en kraft från en fjäder med fjäderkonstanten  $k$  och en dämpande kraft som är proportionell mot hastigheten, med proportionalitetskonstanten  $c$ .

a) Rita en figur av vagnen och sätt ut alla krafter. En x-axel ska finnas i figuren!

b) Härled differentialekvationen för vagnens rörelse och definiera dämpningsfaktorn!

c) Skriv upp de olika typerna av lösning till ekvationen och ange vilka värden av dämpningsfaktorn som ger respektive typ av lösning! Ange också vad lösningarna kallas.

8 Skriv upp rörelseekvationen (Newtons andra lag) för en partikel med massan  $m$  som rör sig under inverkan av en gravitationskraft från en stjärna med massan  $M$ . Härled Binets formel och utnyttja denna för att ta fram partikelbanans ekvation! Lämpliga figurer ska ingå i härledningen.