

## Tentamen, 5C1102, 07 08 20

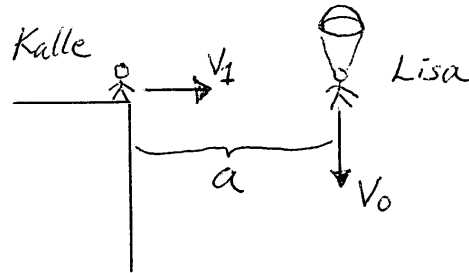
Varje uppgift ska lämnas på separat blad!

Var noga med att skilja mellan vektorer och skalärer!

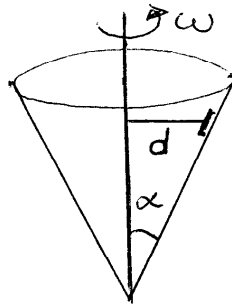
1. Kalle står vid kanten längst upp på en skyskrapa. Lisa kommer farande under en fallskärm på avståndet  $a$  från skyskrapan, med konstant hastighet  $v_0$  rakt neråt. Precis när Lisa är i höjd med skyskrapans kant kastar Kalle en revolver med massan  $m$  till Lisa med horisontell utgångshastighet.

a) Bestäm den utgångshastighet  $v_1$  som Kalle ska ge revolvern för att Lisa ska kunna fånga den! (2p.)

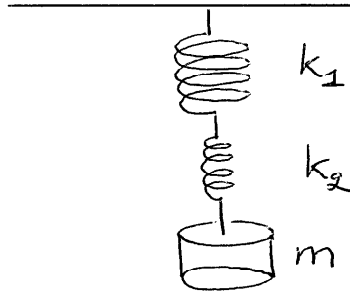
b) Visa att ditt svar är dimensionsriktigt! (1p.)



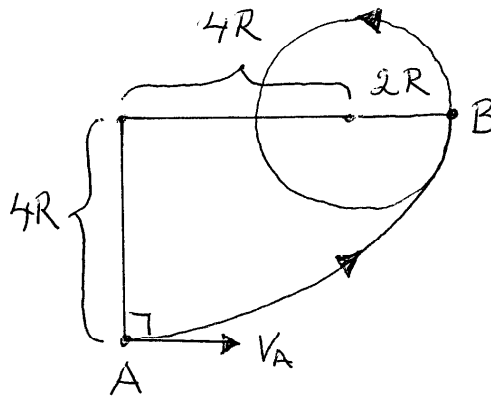
2. En en krona med massan  $m$  ligger still i en konisk centrifug som roterar med en vinkelfrekvens  $\omega$ . Konens öppningsvinkel är  $\alpha$  och enkronans radiella avstånd till rotationaxeln är  $d$ , enligt figuren. Friktionstalet mellan enkronan och underlaget är  $\mu$ . Bestäm det minsta värdet  $\omega$  kan ha för att kronan inte ska börja glida nedåt!



3. En tyngd med massan  $m$  är upphängd i två fjädrar med olika fjäderkonstanter  $k_1$  och  $k_2$ , enligt figuren. Bestäm svängningsperioden för små svängningar!



4. En satellitbana kring jorden ska ändras från elliptisk till cirkulär bana med radien  $2R$ . Satelliten befinner sig i punkten  $A$  på en elliptisk bana enligt figuren.
- Bestäm satellitens fart i  $A$  så att dess elliptiska bana tangererar den cirkulära banan med radien  $2R$  i  $B$ ! (2p.)
  - Bestäm den nödvändiga ändringen av satellitens fart i  $B$  för att den skall gå in i en cirkulär bana! (1p.)



## Teoridel

5. Härled uttrycken för hastighet och acceleration i naturliga komponenter. Det ska ingå en härledning av derivatan av den tangentiella enhetsvektorn  $\mathbf{e}_t$ .

6. a) Härled lagen om den kinetiska energin!

b) Härled ett uttryck för den potentiella energin för Newtons allmänna gravitationslag! OBS: Du ska använda den **allmänna** lagen!

c) Härled momentekvationen! Göm inte att ange vilken grundläggande lag du använder i härledningen och på vilket ställe i härledningen den används!

7. En vagn med massan  $m$  rör sig under inverkan av en kraft från en fjäder med fjäderkonstanten  $k$  och en dämpande kraft som är proportionell mot hastigheten, med proportionalitetskonstanten  $c$ .

a) Rita en figur av vagnen och sätt ut alla krafter. En x-axel ska finnas i figuren!

b) Härled differentialekvationen för vagnens rörelse och definiera dämpningsfaktorn!

c) Skriv upp de olika typerna av lösning till ekvationen och ange vilka värden av dämpningsfaktorn som ger respektive typ av lösning! Ange också vad lösningarna kallas.

8. Härled ett uttryck för den totala energin för en kropp som rör sig under inverkan av Newtons gravitationskraft! Storheter som ska ingå i uttrycket är Newtons gravitationskonstant  $G$ , centralkroppens massa  $M$ , halva sektorshastigheten  $h$  samt banans excentricitet  $e$ . Ekvationen för banan kan skrivas

$$r = \frac{ed}{1 + e \cos \theta} \quad (1)$$

där

$$ed = \frac{h^2}{GM}. \quad (2)$$