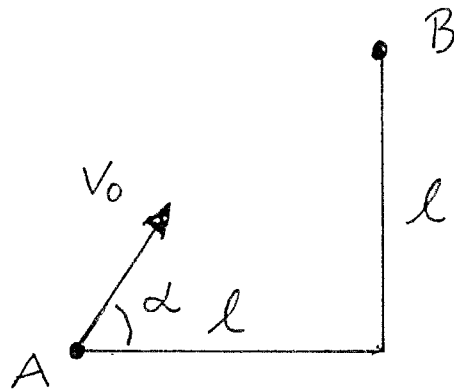


# Tentamen, SG1102, 10 05 25

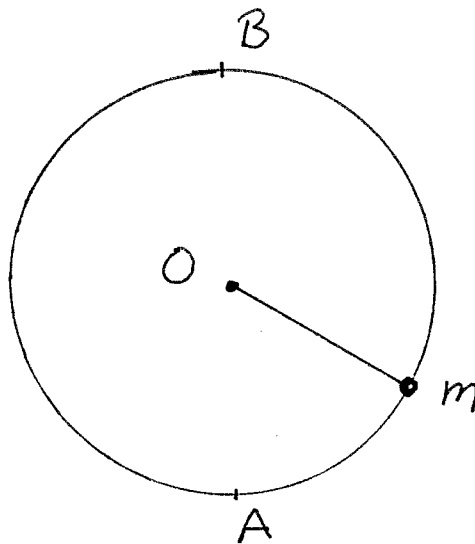
Varje uppgift ska lämnas på separat blad!

Tillåtna hjälpmedel: Papper och penna, inget mer!

1. En boll kastas från punkten A och når sin högsta punkt i B. Det horisontella avståndet mellan A och B är  $l$  och det vertikala avståndet är lika stort. Bestäm utgångshastigheten  $v_0$  och utgångsvinkeln  $\alpha$ !



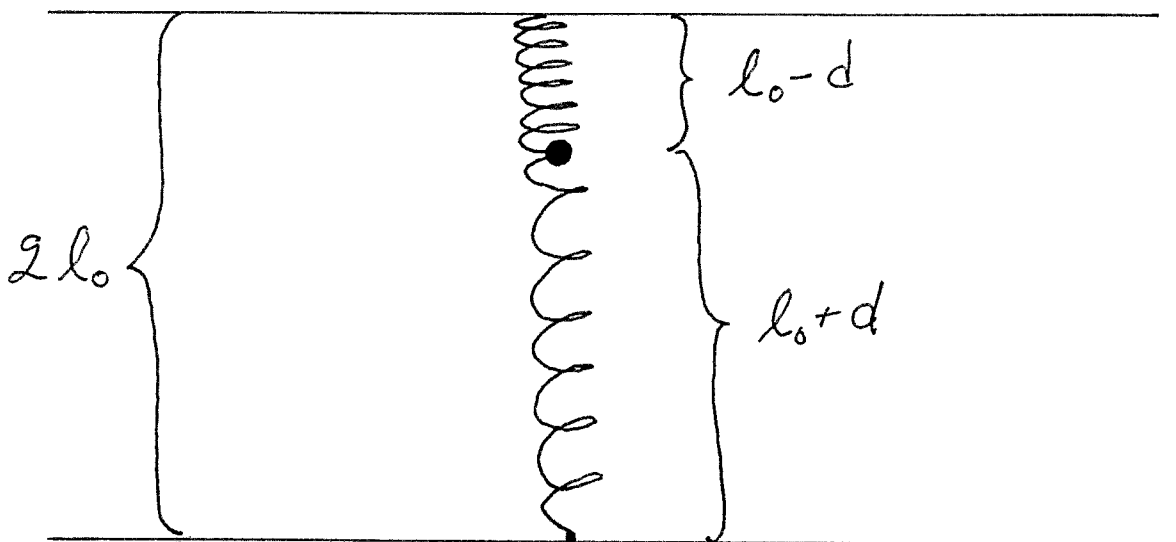
2. En matematisk pendeln består av en partikel med massan  $m$  som är fäst i en lina vars andra ände är fäst i en fix punkt O. Partikeln roterar i ett vertikalt plan och dess hastighet i den lägsta punkten A är dubbelt så stor som dess hastighet i den högsta punkten B. Bestäm spännkraften i linan i A och B.



3. En partikel med massan  $m$  är fäst i två vertikalt stående fjädrar enligt figuren. Båda fjädrarna har fjäderkonstanten  $k$  och den naturliga längden  $l_0$ . Avståndet mellan den övre och den undre fästpunkten är  $2l_0$ . Partikeln släpps från stillastående i en punkt där den övre fjädern är ihoptryckt med en sträcka  $d$  och den undre fjädern är utdragen med samma sträcka.

a) Inför en x-axel som pekar uppåt med origo i den punkt där fjädrarna har sin naturliga längd och bestäm partikelns fortsatta rörelse  $x(t)$ !

b) Bestäm partikelns undre vändläge!



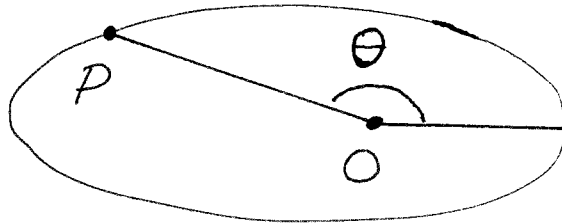
4. En satellit kretsar kring jorden i en elliptisk bana med excentriciteten  $e$  och halva storaxelns längd  $a$ . Ekvationen för banan kan skrivas

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} \quad (1)$$

Genom en hastig inbromsning i den punkt där satelliten befinner sig närmst jorden vill man få den att gå in i en cirkulär bana. Bestäm hur stor hastighetskillnad som inbromsningen måste åstadkomma för att detta ska vara möjligt!

## Teoridel

5. a) Härled uttrycken för hastighet och acceleration i cylinderkoordinater. Det ska ingå en fullständig härledning av tidsderivatorna av  $\mathbf{e}_r$  och  $\mathbf{e}_\theta$ .
- b) En satellit rör sig kring jorden i en ellips. Rita av figuren och rita in  $\mathbf{e}_r$  och  $\mathbf{e}_\theta$  i punkten  $P$  din egen figur!



6. a) Härled lagen om den kinetiska energin!
- b) Härled uttrycket för den potentiella energin i ett tyngdkraftfält som beskrivs av Newtons allmänna gravitationslag!
- c) Bestäm den minsta hastighet som ett föremål måste ha vid jorytan för att det ska nå en punkt som befinner sig på ett avstånd  $2R$  från jordens centrum, där  $R$  är jordradien
7. En vagn med massan  $m$  rör sig under inverkan av en kraft från en fjäder med fjäderkonstanten  $k$  och en dämpande kraft som är proportionell mot hastigheten, med proportionalitetskonstanten  $c$ .
- a) Härled differentialekvationen för vagnens rörelse och definiera dämpningsfaktorn! En figur ska ingå.
- b) Skriv upp de olika typerna av lösning till ekvationen och ange vilka värden av dämpningsfaktorn som ger respektive typ av lösning! Ange också vad lösningarna kallas.
- c) Hur stor är dämpningsfaktorn om perioden för ett svagt dämpat system är fem gånger så stor som perioden för motsvarande odämpade system?

8. a) Härled Keplers tredje lag! Du får använda dig av följande formel

$$a(1 - e^2) = \frac{h^2}{GM}, \quad (2)$$

där  $a$  är halva storaxelns längd,  $e$  är excentriciteten,  $h$  är dubbla sektorshastigheten,  $G$  är Newtons gravitationskonstant och  $M$  är centralkroppens massa.