

# Spektrala Transformer

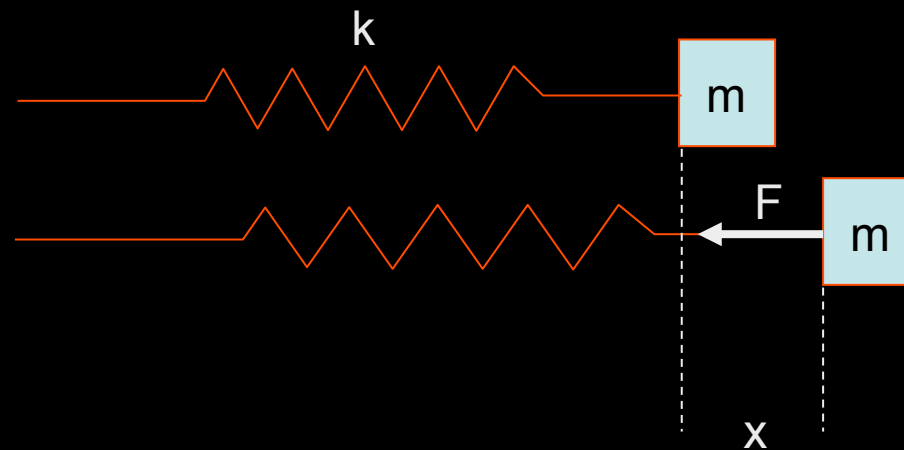
Introduktion  
svängningar & fasvektorer

# När behövs spektrala transformer?

- Kodning/komprimering:  
gsm, mp3, jpeg, mpeg...
- Audio/musik:  
syntes, effekter (reverb, pitch-shift...)
- Talteknologi:  
talsyntes, taligenkänning, talkodning
- Bildbehandling:  
bildförbättring, datorseende...

# Harmoniska svängningar

- Förekommer överallt i naturen
- Återställande kraften proportionell mot avböjningen



# Harmoniska svängningar (forts.)

- Newtons rörelseekvation och Hooks lag ger

$$y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

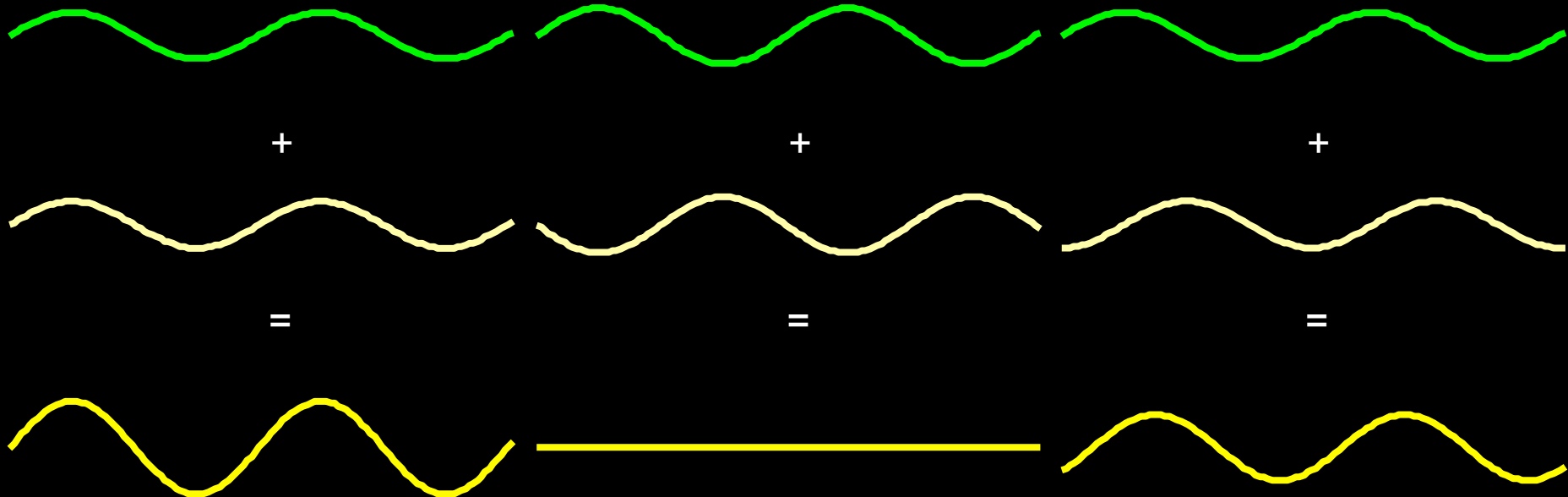
# Summor av svängningar

$$y(t) = \sin \omega t + \sin \omega(t + \tau)$$

$\omega\tau = 0$

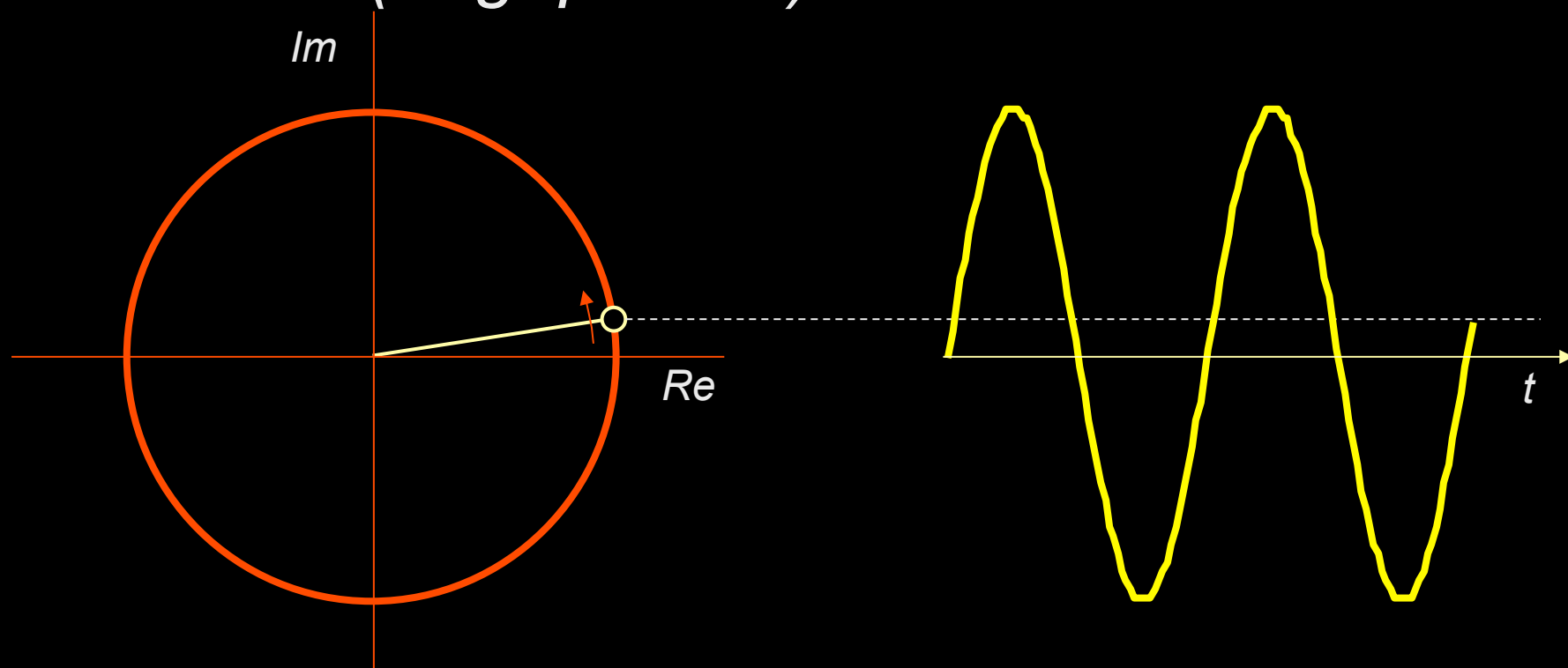
$\omega\tau = \pi$

$\omega\tau = -1.58$



# Svängningar som cirkelrörelser

*i det komplexa talplanet*  
*fasvektor (eng: phasor)*



# Komplexa tal

$$j^2 = -1$$

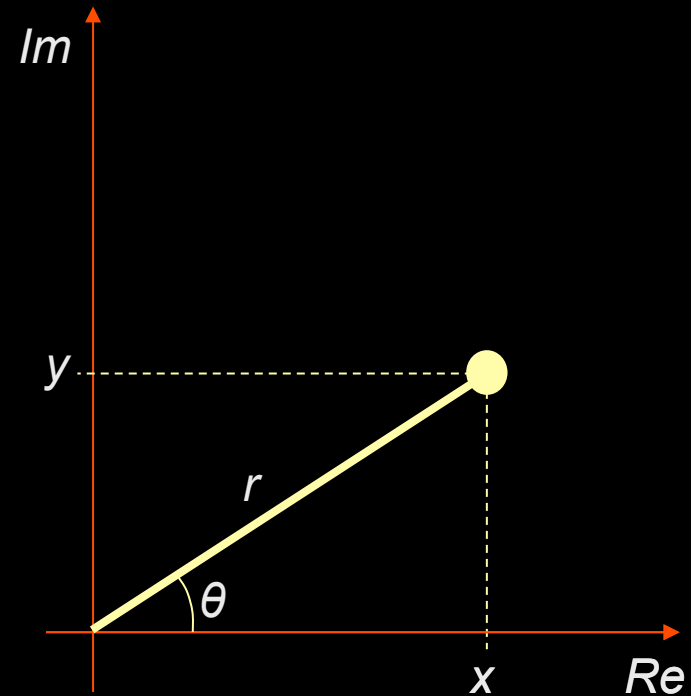
rektangulär form

$$z = x + jy$$

polär form

$$z = r (\cos \theta + j \sin \theta)$$

$$= r e^{j\theta}$$



# Komplexa tal, räknerregler

$$z_1 = x_1 + jy_1 \quad z_2 = x_2 + jy_2$$

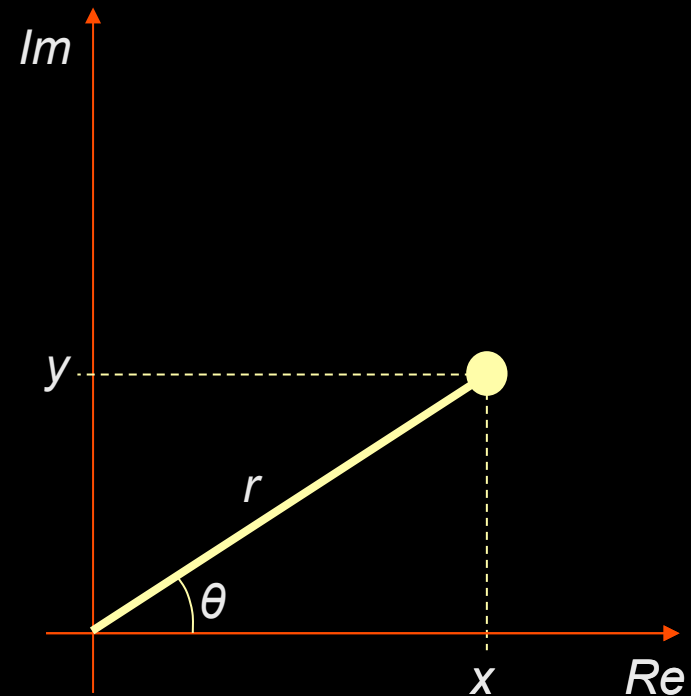
$$z_1 + z_2 = x_1 + x_2 + j(y_1 + y_2)$$

$$z_1 z_2 = x_1 x_2 - y_1 y_2 \\ + j(x_1 y_2 + x_2 y_1)$$

polär form

$$z_1 z_2 = r_1 e^{j\theta_1} r_2 e^{j\theta_2} \\ = r_1 r_2 e^{j(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$z_1 / z_2 = (r_1 / r_2) e^{j(\theta_1 - \theta_2)}$$





# Komplexa tal (forts.)

$$\cos \theta = \frac{e^{j\theta} + e^{-j\theta}}{2}$$

$$\sin \theta = \frac{e^{j\theta} - e^{-j\theta}}{2j}$$

$$e^{j\pi} + 1 = 0$$