Spektrala Transformer

Faltning & Z-transform

Faltning (convolution)

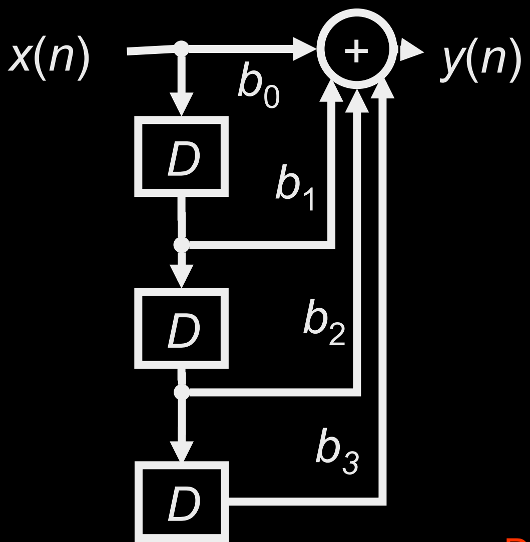
- När en signal *x*(*n*) filtreras genom ett filter med inpulssvaret *h*(*n*) så är utsignalen *y*(*n*) en *faltning* av *x*(*n*) och *h*(*n*)
- Betecknas $y(n) = x(n)*h(n)$

$$y(n) = x(n) * h(n) = \sum_{k=0}^{N-1} h(k)x(n-k)$$

- När två signaler *faltas* i tidsdomänen, multipliceras de i frekvensdomänen

H(z) och h(n)

- Ett filter kan beskrivas med impulssvar h(n) eller överföringsfunktion H(z)
- Dessa är sammankopplade



$$h(n) = [b_0, b_1, b_2, b_3]$$

$$H(z) = b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2} + b_3 z^{-3}$$

$$H(z) = \sum_{k=0}^{3} h(k) z^{-k}$$

Z-transformen

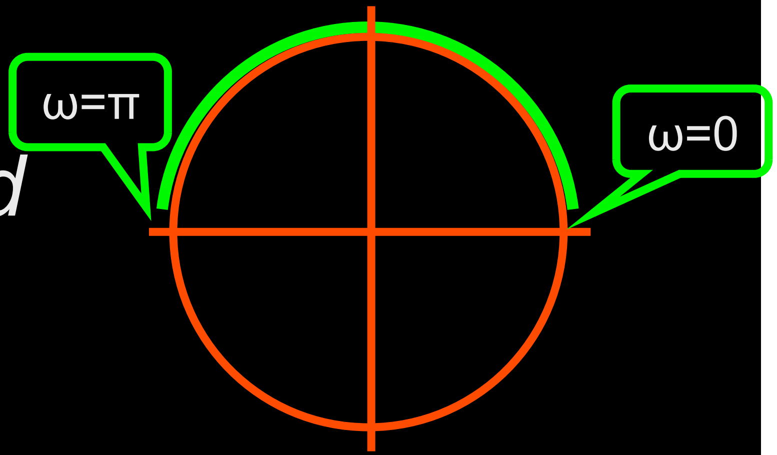
$$X(z) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(k) z^{-k}$$

Z-transformen på enhetscirkeln

- Värdet av X(z) på enhetscirkeln vid frekvensen ω ger *energin i x(n) vid den frekvensen*
- Värdet av H(z) på enhetscirkeln vid frekvensen ω anger *vad filtret gör med signalen vid den frekvensen*

Kom ihåg:

$$z = e^{j\omega}$$



Beräkning av Z-transformen

- Ofta räknar man inte ut Z-transformen från “scratch” med hjälp av definitionen
- Istället använder man tabeller över vanliga transfrormer

Några Z-transformpar

$x(n)$	$X(z)$
$\delta(n)$	1
$\delta(n-k)$	z^{-k}
$u(n)$	$\dfrac{1}{1-z^{-1}}$
$a^n u(n)$	$\dfrac{1}{1-az^{-1}}$

Hur går man från *X(z)* till *x(n)*?

- Tänk på *X(z)* som ett filter och beräkna impulssvaret
- Dela upp *X(z)* i en summa av enkla bråk – partialbråksuppdelning, använd sedan tabellen

Exempel:

$$\frac{1}{(z-j)(z-j)} = \frac{A}{z-j} + \frac{B}{z+j} = \frac{-0.5j}{z-j} + \frac{0.5j}{z+j}$$