

# DT1130 föreläsning 4 - filter med återkoppling

Jonas Beskow

7 november 2011

## Tavelräkning: impulssvar

Räkna ut impulssvaret för  $y(n) = x(n) + 0.5x(n-1)$

$n$	$x(n)$	$y(n)$
0	1	1
1	0	0.5
2	0	0
3	0	0

*samma som koefficienterna*

Räkna ut impulssvaret för  $y(n) = x(n) - 0.5y(n-1)$

$n$	$x(n)$	$y(n)$
0	1	1
1	0	-0.5
2	0	0.25
3	0	-0.125
4	0	0.0625
5	0	-0.3125

*Tar aldrig slut*

Räkna ut impulssvaret för  $y(n) = x(n) + 2y(n-1)$

$n$	$x(n)$	$y(n)$
0	1	1
1	0	2
2	0	4
3	0	8
4	0	16
5	0	32

*Instabilt!*

## Tavelräkning: räkna ut $H(z)$

*Utan återkoppling*

$$y(n) = x(n) + ax(n-1)$$

$$y(n) = x(n) + ax(n)z^{-1}$$

$$Y = X(1 + az^{-1})$$

$$H(z) = 1 + az^{-1} = \frac{z+a}{z}$$

*Med återkoppling*

$$y(n) = x(n) + by(n-1)$$

$$y(n) = x(n) + by(n)z^{-1}$$

$$Y(1 - bz^{-1}) = X$$

$$H(z) = \frac{1}{1 - bz^{-1}} = \frac{z}{z-b}$$

## Tavelräkning: kaskad/parallell

*icke-stringent bevis/minnesregel*

*kaskad*

$$Y_1 = H_1(z)X_1$$

$$Y_2 = H_2(z)X_2$$

$$X_2 = Y_1 \Rightarrow Y_2 = X_1 H_2(z) H_1(z)$$

*parallell*

$$Y = H_1(z)X + H_2(z)X = X(H_1(z) + H_2(z))$$

## Tavelräkning: kaskadkoppling - test

*Vi testar om det stämmer: koppla ihop två filter*

$$H_1 = \frac{z+a}{z} \quad H_2 = \frac{z}{z-b}$$

$$H = H_1 H_2 = \frac{z+a}{z-b}$$

sätt  $a = 0.5$  och  $b = -0.5$ ,  
 (dvs samma två filter som i dagens första exempel)

$$H = \frac{z + 0.5}{z + 0.5} = 1$$

$n$	$x(n)$	$y(n) = x(n) + 0.5x(n-1)$	$w(n) = y(n) - 0.5w(n-1)$
0	1	1	1
1	0	.5	0
2	0	0	0
3	0	0	0

vi får tillbaka impulsen som var insignal. Testa gärna själva med andra insignaler!

### Tavelräkning: frekvenssvar för filter med en pol

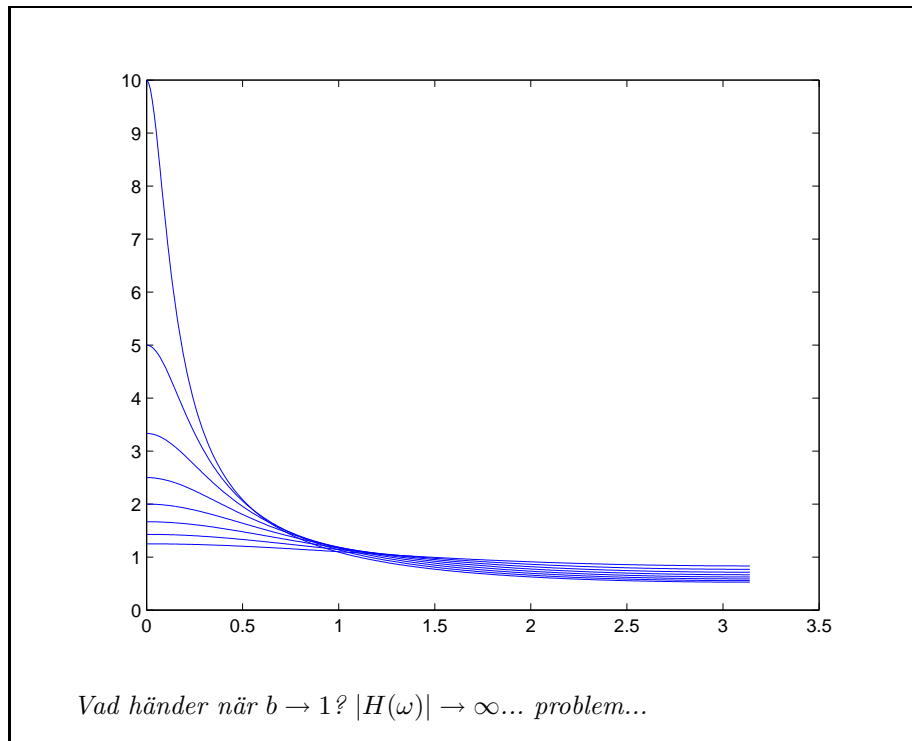
$$H(z) = \frac{z}{z - b}$$

fråga: detta är ett filter med en pol och ett nollställe. Var ligger de?

$$z = e^{j\omega} \Rightarrow H(\omega) = \frac{e^{j\omega}}{e^{j\omega} - b}$$

$$|H(\omega)| = \frac{1}{|e^{j\omega} - b|} = \frac{1}{\sqrt{b^2 - 2b \cos \omega + \cos^2 \omega + \sin^2 \omega}} =$$

$$\frac{1}{\sqrt{b^2 - 2b \cos \omega + 1}}$$



## Slides: Tvåpolsresonatoren

$$H(z) = \frac{z^2}{(z-p)(z-p^*)} = \frac{z^2}{z^2 - z(p+p^*) + pp^*}$$

$$p = e^{j\theta}$$

i matlab:

```
X = rand(1,16000)
```

```
p = .99*exp(j*pi/4);
```

```
B = [1 0 0];
```

```
A = [1 -(p+conj(p)) p*conj(p)];
```

```
Y = filter(B,A,X);
```

```
soundsc(X,16000)
```

```
soundsc(Y,16000)
```