

Föreläsning 2: Kapitel 5-6

Differentialekvationer

Laplace-transformer

Dynamik hos vanliga processer

Lösningsmetoder för
Linjära differentialekvationer med konstanta
koefficienter
är känt från matematiken och elektroniken

Uttryck i blockschemornas block

- Detta uttryck (denna operator) motsvarar en differentialekvation
- Går man in med ett steg som testsignal får man ut ett stegsvar, som motsvarar en lösning till ekvationen
- Om blockets ekvation är olinjär, brukar man kunna linjärisera den inom det aktuella området, så att den blir lösbar där

Recept för att lösa 1:a och 2:a ordningarnas linjära diff-ekvationer

- hittar man i kap 5
- Lös tex övn 5.1a och 5.3b, m fl

Laplace-transformer

Ett OPERATORSYSTEM som gör det lättare att lösa differentialekvationer

- Beteckna tidsderivatan $\frac{d}{dt}$ med s : $= \frac{d}{dt} (=j\omega)$
 $\Rightarrow$

$$\dot{x} = s \cdot X$$

$$\ddot{x} = s^2 \cdot X$$

$$\dddot{x} = s^3 \cdot X$$

etc

Inversen till derivata är integral :

$$\int_0^t dt = \frac{1}{s}$$

Laplacetransformen

$$F(s) = L[f(t)] = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-st} dt$$

Tabeller över Laplacetransformer

- hittar man bla i Formelsamlingen sid 2 och 2a

Fördröjd funktion med tiden T Dödtid

- motsvarar
exponentialfunktionen

$$e^{-sT}$$

Testsignalerna som opererar på systemen motsvarar multiplikation med följande uttryck In

- Diracpuls = oändligt hög puls med arean 1

$$I_n = 1$$

- Enhetssteg (dvs med höjd 1)

$$I_n = \frac{1}{s} \quad (= \text{Heavisides operator})$$

- Enhetsramp = Ramp med lutningen 1

$$I_n = \frac{1}{s^2}$$

Ytterligare ett par signaler som kan operera på systemen motsvarar multiplikation med följande uttryck

$$\ln$$

- Steg med höjden a

$$\ln = \frac{a}{s}$$

- Ramp med lutningen b

$$\ln = \frac{b}{s^2}$$

Partialbråksuppdelning

- är ofta en praktisk metod när operatorerna är lite för komplicerade att direkt slå upp i tabell

Fördröjningssatsen

- kan formuleras på flera sätt, även som följer:

Om $f(t) \cdot \sigma(t)$ motsvarar $F(s)$

så gäller $f(t-T) \cdot \sigma(t-T)$ motsvarar $F(s) \cdot e^{-sT}$

Begynnelsevärdessatsen

- Med $F(s)=T(s)/N(s)$ och
om $\text{grad } T(s) < \text{grad } N(s)$
så gäller

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot F(s)$$

Slutvärdessatsen

- Om alla poler till $s F(s)$ ligger i det vänstra komplexa halvplanet så gäller

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0^+} s \cdot F(s)$$

Dämpningssatsen

- Vanlig vid dämpad svängning, där
 $e^{-at} \cdot f(t)$ för $t > 0$

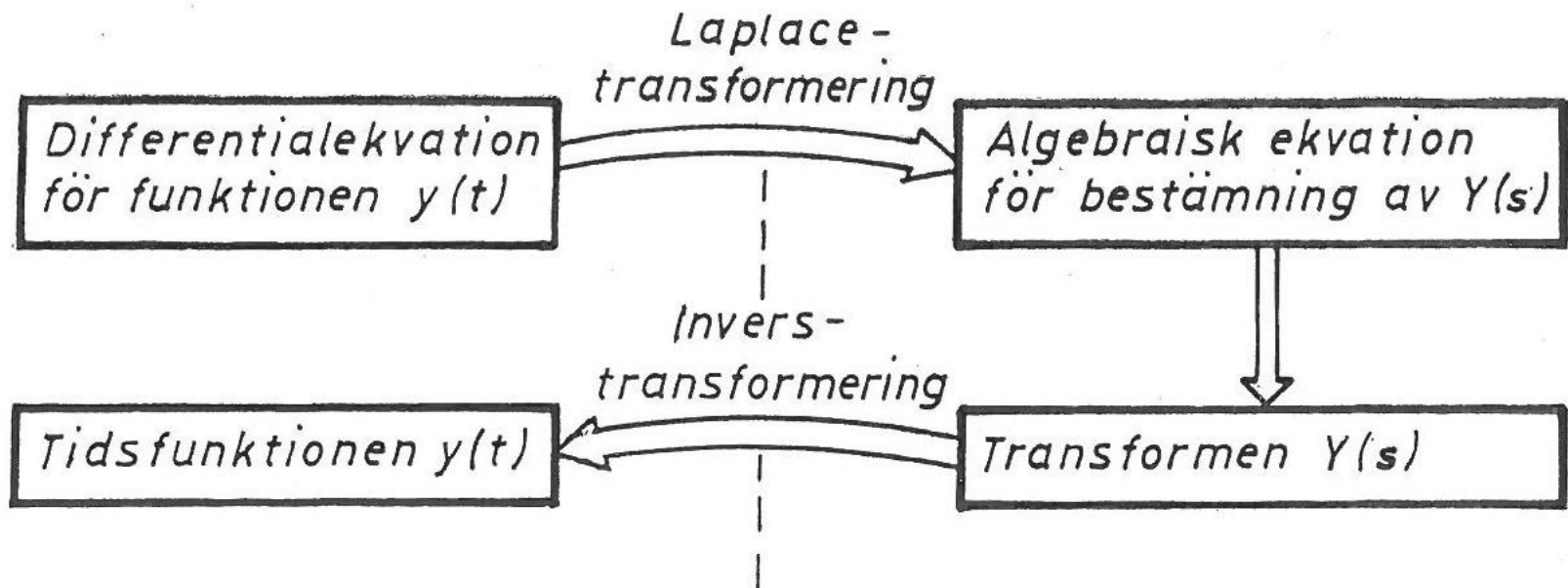
- Om
så gäller

$f(t)$	$\supset$	$F(s)$
$e^{-at} \cdot f(t)$	$\supset$	$F(s+a)$

Flera räkneregler

- hittar man i kapitel 6
och använder vid problemlösandet

Laplace-hantering



Övningar tom kap 6.3
inklusive några extra exempel

Kapitel 6.4

Dynamik hos några vanligt förekommande processmodeller

Svar från olika testsignaler in hos olika processtyper

hittar man på sid 89-91

- Insignalerna är multiplicerade med:
1 för diracpuls, $\frac{1}{s}$ för enhetssteg och
 $\frac{1}{s^2}$ för enhetsramp
- Antalet tidskonstanter beror av antalet poler =
antalet nollställen i nämnaren hos
överföringsfunktionen G

Högre ordningar system kan inte alltid separeras med enkla reella tidskonstater

- **Andra ordningens system** med komplexa rötter hittar man i Formelsamlingen på sid 5
- Ex 6.13 (m fl ex) kan belysa det

Processer med både poler och nollställen

- På sid 93 finns några exempel
- Antal nollställen = antalet nollställen i överföringsfunktionens täljare,
där $G = 0$
- Antalet poler = antalet nollställen i överföringsfunktionens nämnare,
där $G = \infty$