

# Föreläsning 6: Kapitel 10

## Beräkning av egenskaper hos reglersystem

Sådana egenskaper är

Stabilitet

Statisk noggrannhet

Snabbhet

mm

# Stabilitet

Kan avgöras med

- Nyqvistkriteriet
- Polbestämning
- Rouths metod

# Nyqvistkriteriet – ett grafiskt stabilitetskriterium

Blockschemat för ett återkopplat reglersystem visas på sid 155. Överföringsfunktionen från R till Y, det slutna systemets överföringsfunktion blir  $G_s = \frac{G_R G_P}{1 + G_R G_P G_G}$  När  $G_s = \infty$  har vi **instabilitet**.

Då är kretsförstärkningen eller slingförstärkningen  $G_K = G_R G_P G_G = -1$

Ibland är  $G_G = 1$ . Då är öppna systemets förstärkning  $G_o = G_R G_P$  samma som slingförstärkningen  $G_K$

# Nyqvistkriteriet – ett grafiskt stabilitetskriterium

- Överföringsfunktionen från störningen  $V$  till  $Y$ , som blir  $G_{SV} = \frac{G_P}{1 + G_R G_P G_V}$  får samma nämnare

och det är tillräckligt att rita Bodediagrammet för slingförstärkningen  $G_K$  för att avgöra det slutna systemets stabilitet

# Nyqvistkriteriet; Amplitudmarginal

Bodediagrammet för  $G_K$  eller ofta  $G_o$  räcker för att avgöra om kritiska punkten, där dessa = -1, undviks. Kritiska punkten är där  $|A| = 1$  och  $\varphi = -180$  grader. Sid 157: Se vid självsvängningsfrekvensen  $\omega_\pi$

Övre fig: Amplituden  $|A|$  kan förstärkas en del innan kritiska punkten uppnås. **Stabilt**  
Amplitudmarginalen  $|Am|$  är positiv

Undre figuren:  
Amplituden  $|A|$  överskrider 1. **Instabilitet**  
Amplitudmarginalen  $|Am|$  är negativ

# Nyquistkriteriet; Fasmarginal

Bodediagrammet för slingförstärkningen  $G_K$  eller ibland öppna systemets förstärkning  $G_o$

Sid 158: Se vid cross-over-frekvensen = överkorsningsfrekvensen  $\omega_c$

Det finns i faskurvan ett antal grader kvar ned till  $-180$  grader. Det är fasmarginalen  $\varphi_m$

Fasmarginalen är här positiv och systemet är **stabilt**.

# Algebraiska stabilitetskriterier

kräver att man räknar fram uttrycket för hela det slutna systemet  $G_S$ , tex ur

$$G_S = \frac{G_R G_k}{1 + G_R G_k G_G}$$

# Polbestämning – ett algebraiskt stabilitetskriterium

Karaktäristiska ekvationen för  $G(s)$  är ju nämnaren = 0

Systemet är stabilt om alla rötter  $s$  till karaktäristiska ekvationen KE har negativ realdel, dvs om alla rötterna ligger i  $s$ -planets vänstra halvplan

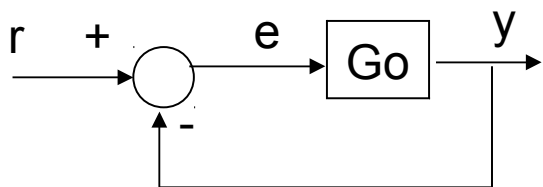
# Rouths metod – ett algebraiskt stabilitetskriterium

Karaktäristiska ekvationer av högre grad är svåra att lösa. Då kan man använda Rouths metod, som man hittar i Formelsamlingen.

# Statisk noggrannhet

Noggrannheten är ju bättre ju mindre fel totala systemet  $G_s$  har.

Praktiskt är därför ofta att räkna fram ett uttryck på  $e$  i blockschemat, därför att det är det mått på felet som regulatorn känner av.



$$\begin{cases} y = e \cdot G_o \\ e = r - y = r - e \cdot G_o \end{cases}$$

$$e(1 + G_o) = r$$

$$e = \frac{1}{1 + G_o} r$$

$$G_e = \frac{1}{1 + G_o}$$

# Statisk noggrannhet

Feloperatorn

$$G_e = \frac{1}{1 + G_o}$$

Går man in med ett steg med höjd  $a$  multiplicerar man med

$$\frac{a}{s}$$

Går man in med en ramp med lutningen  $b$  multiplicerar man med

$$\frac{b}{s^2}$$

Noggrannheten blir svårare att uppnå ju flera  $s$  det är i nämnaren i ingångsblocken före (utanför slingan)

# Statisk noggrannhet

Om systemet är stabilt kan slutvärdet bestämmas med

Slutvärdessatsen:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot F(s)$$

Steg in ger processvärdets y slutvärde:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} G_s(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G_s(s)$$

Ramp in ger processvärdets y slutvärde:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s^2} G_s(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} G_s(s)$$

Felets slutvärden får man med  $G_e$  istället för  $G$

Vid steg in

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} G_e(s) = \lim_{s \rightarrow 0} G_e(s)$$

Vid ramp in

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s^2} G_e(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s} G_e(s)$$

# Statisk noggrannhet

- Systemtyp = antalet integratorer hos slingförstärkningen  $\mathbf{G_K}$  = antalet "ensamma"  $s$  i nämnaren
- Noggrannheten blir bättre ju högre systemtypen är
- Noggrannheten blir sämre ju fler  $s$  i nämnaren **insignalen** har.

# Kvarstående fel med Bodediagram

- Systemtyp 0:  $G_K$  (ofta  $G_0$ ) har inget "ensamt"  $s$  i nämnaren  $\Rightarrow$  Förstärkningskurvan har ingen lutning vid låga frekvenser och förstärkningen  $K_{LF} \Rightarrow$  kvarstående felet för börvärdesändringar av stegtyp  $e_0 = 1/(1+K_{LF})$  och av ramptyp  $e_1 = \infty$   
Se sid 169

# Kvarstående fel med Bodediagram

- Systemtyp 1: GK (ofta Go) har ett "ensamt" s i nämnaren  $\Rightarrow$  Förstärkningskurvan har lutningen  $-1$  dekad/dekad vid låga frekvenser och förstärkningen  $\approx K1/s \Rightarrow$  kvarstående felet för börvärdesändringar av stegtyp  $= 0$
- av ramptyp  $= 1/K1$
- Se sid 169-170
- Ännu högre systemtyp  $\Rightarrow$  ännu noggrannare

# Snabbhet

- Stigtid  $t_r$  (ibland falltid  $t_f$ ) (se fig sid 170 nedtill) = tiden det tar för utsignalen att gå från 10 % till 90 % av slutvärdet vid stegformad börvärdesändring
- Ur Bodediagrammet kan man använda cross-over-frekvensen  $\omega_c$  (se sid 171) för ett approximativt värde på

$$t_r \approx \frac{1,4}{\omega_c}$$

# Snabbheten kan påverkas av styrsignalabegränsningar

- Utstyrningsområdet från regulatorn är ofta begränsat (kallas ofta P-bandet). Detta begränsar då stigtiden.

# Bodediagrammat för det öppna systemet $G_o$ eller för slingförstärkningen $G_K$

- har vi sett att vi ofta behöver för att analysera hela systemets egenskaper.
- Det brukar vara tillräckligt och det är enkelt att hantera.

# Bodediagrammet för det slutna systemet $G_s$

kräver lite mera beräkningar att ta fram men kan ge en del ytterligare information om systemet. Man kan se hur återkopplingen och regleringen har förbättrat systemet. Se sid 184-185.