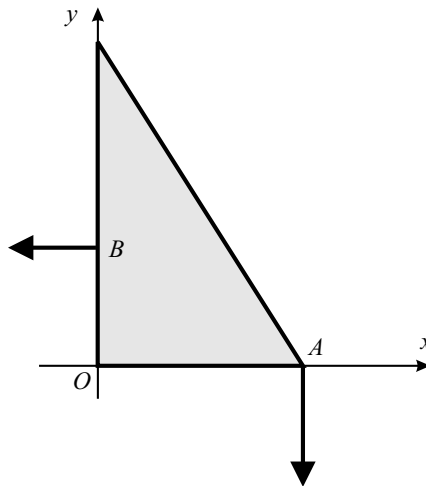


Mekanik för I1 och BD1, 5C1103, 5C1130, Kontrollskrivning

KS1, VT07, 2007 02 26, kl 08.00-10.00

Uppgift 1:

- a) Tre krafter \mathbf{F}_A , \mathbf{F}_B och \mathbf{F}_C , verkar i punkter med lägesvektorer \mathbf{r}_A , \mathbf{r}_B och \mathbf{r}_C , respektive. Skriv upp dessa krafters moment, \mathbf{M}_O , med avseende på origo.
- b) Antag att kraftsystemet i a) är plant så att kraftvektorer och lägesvektorer bara har x - och y -komponenter. Visa att momentet bara har en z -komponent ($\mathbf{M}_O = M_{Oz}\mathbf{e}_z$).
- c) Tre krafter verkar på en triangulär platta i jämvikt. I punkten A vid $\mathbf{r}_A = 70\mathbf{e}_x\text{cm}$ verkar kraften $\mathbf{F}_A = -4\mathbf{e}_y\text{N}$, och i B vid $\mathbf{r}_B = 40\mathbf{e}_y\text{cm}$ verkar $\mathbf{F}_B = -3\mathbf{e}_x\text{N}$. Den tredje kraften verkar på plattans nederkant (x -axeln). Bestäm dess belopp och angreppspunkt. Grafisk lösning tillåten om figuren är skalenlig och *mycket tydlig*.



Figur 1: Två av krafterna i Uppgift 1c.

Uppgift 2:

- a) En partikel startas från origo, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{0} = (0, 0, 0)$, med hastighet $\mathbf{v}_0 = v_0(\cos\theta\mathbf{e}_x + \sin\theta\mathbf{e}_y)$ vid tiden $t_0 = 0$ och rör sig med den konstanta accelerationen $\mathbf{a} = -g\mathbf{e}_y$. Efter hur lång tid blir y -koordinaten åter noll?
- b) En partikel rör sig, med konstant vinkelhastighet $\dot{\theta} = \omega$, på en cirkel med radien R . Beräkna partikelns acceleration med hjälp av cylinderkoordinater.
- c) En partikel rör sig längs en kurva $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s)$ där s är båglängden. Motivera att

$$\frac{d\mathbf{r}}{ds} = \mathbf{e}_t$$

där \mathbf{e}_t är enhetstangenten! Enhetstangenten är dimensionslös. Betrakta dess derivata

$$\frac{d\mathbf{e}_t}{ds}$$

med avseende på båglängden. Vad har den för (fysikalisk) dimension?

Varje uppgift ger högst 3 poäng. På denna KS 1 kan man högst få 6 poäng. På båda kontrollskrivningar tillsammans kan man få maximalt 12 poäng. För godkänt fordras minst 4 poäng sammanlagt.

Tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi.

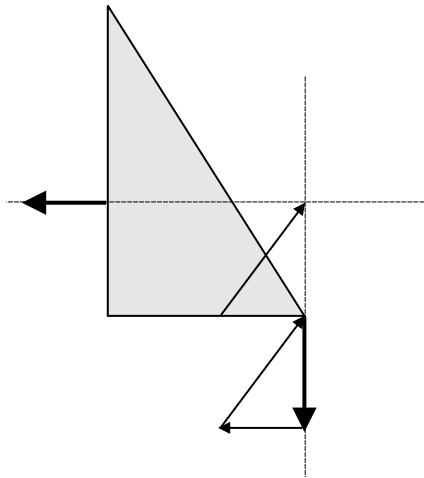
Svar:

Uppgift 1:

a) $\mathbf{M}_O = \mathbf{r}_A \times \mathbf{F}_A + \mathbf{r}_B \times \mathbf{F}_B + \mathbf{r}_C \times \mathbf{F}_C.$

b) Kryss- eller vektorprodukten mellan två vektorer är vinkelrät mot båda ingående vektorer. Det betyder att var och en av de tre bidragen ($\mathbf{r}_A \times \mathbf{F}_A$, osv.) till \mathbf{M}_O är längs z -axeln. Summan är då också längs z -axeln.

c)



Figur 2: Grafisk lösning av Uppgift 1c. Den tredje kraftens belopp och riktning fås av att kraftsumman måste vara noll (triangel av pilar). Verkningslinjen måste gå genom skärningen av de två givna krafternas verkningslinjer. Då fås läget på x -axeln till $x = 40$ cm.

Uppgift 2:

a) $t = 2v_0 \sin \theta / g.$

b) $\mathbf{a} = -R\omega^2 \mathbf{e}_r$

c) Längden av $d\mathbf{r}$ är ju ds . Dimensionen är $1/L$ dvs. längd^{-1} .