

Mekanik för I1 SG1109, Kontrollskrivning

KS2, VT08, 2008 05 05, kl 08.00-10.00

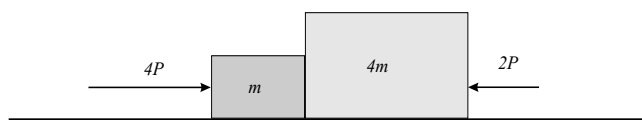
Uppgift 1:

a) En partikel med massa m rör sig i ett plan. Inför planpolära koordinater (r och θ) och härled uttrycken för partikelns hastighet \mathbf{v} , kinetiska energi, $T = \frac{1}{2}m\mathbf{v}^2$ och rörelsemängdsmoment $\mathbf{H}_0 = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$ uttryckt med hjälp av dessa (och deras tidsderivator $\dot{r}, \dot{\theta}$).

b) Skriv upp uttrycket för en partikels acceleration i naturliga komponenter (längs enhetstangent och enhetsnormal) och rita en tydlig figur som förklarar beteckningarna.

c) En partikel skjuts iväg från origo med farten v_0 i en riktning som bildar vinkeln β med horisontalplanet. Den har konstant acceleration g nedåt i den vertikala riktningen (y). Ställ upp partikelns bankurva $x(t), y(t)$ (kastparabeln) med tiden t som parameter.

d) Varför kan de inre krafterna i ett system inte påverka masscentrums acceleration?



Figur 1: Kropparna och de yttre krafterna i Uppgift 2a.

Uppgift 2:

a) Två kroppar med massorna m och $4m$ är i kontakt och accelererar på ett plant glatt horisontellt underlag under inverkan av yttre krafter enligt figuren. Beräkna kraften mellan kropparna.

b) Bevisa, utgående från grundläggande lagar och definitioner, lagen om kinetiska energin $U_{1-2} = T_2 - T_1$, där U_{1-2} är arbetet på partikeln vid förflyttningen från läge 1 till läge 2.

c) Vad menas med studstalet e ? Ställ upp definitionen och förklara beteckningarna noga. För vilket värde på e är energin bevarad?

d) Beräkna den minsta hastighet som behövs för att skjuta iväg en partikel från en planet med massan M och radien R , så att den aldrig återvänder. Newtons gravitationskonstant är G .

Varje deluppgift ger noll, en halv, eller en (0, 0.5, 1) poäng. På denna KS 2 kan man högst få 8 poäng. På båda kontrollskrivningar tillsammans kan man få maximalt 12 poäng (dvs. 4 på förra). För godkänt fordras minst 4 poäng sammanlagt.

Tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi.

Svar till KS2 för I1, VT08, 2008 05 05

Uppgift 1:

a) Hastigheten är, $\mathbf{v} = \dot{r} \mathbf{e}_r + r\dot{\theta} \mathbf{e}_\theta$, kinetiska energin är $T = \frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2)$ och rörelsemängdsmomentet är $\mathbf{H}_0 = mr^2\dot{\theta} \mathbf{e}_z$.

b) Svaret finns i formel (6.37) på sid 147 i Nybergs Mekanik Grundkurs.

c) Svaret är $x(t) = v_0 \cos \beta t$, $y(t) = v_0 \sin \beta t - \frac{1}{2}gt^2$.

d) Svar: De tar ut varandra enligt Newtons tredje lag.

Uppgift 2:

a) Svar: kraften är $\frac{18}{5}P$.

b) Beviset finns t.ex. på sid. 201 i Nybergs Mekanik Grundkurs.

c) $e = -(v'_2 - v'_1)/(v_2 - v_1)$, där de primmade storheterna är (normal) hastigheter efter stöten och oprimmade före. Energin är bevarad när $e = 1$, ty då har man en (fullständigt) elastisk stöt.

d) Svar: $v_e = \sqrt{2GM/R}$, är flykthastigheten.