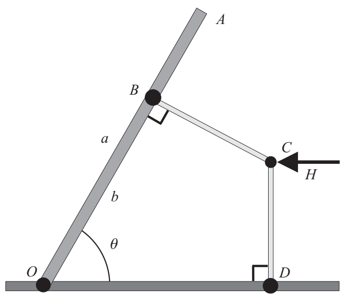
KTH Mekanik **2009 05 19**

Mekanik för I, SG1109, Problemtentamen 2009 05 19, kl 14-18

Uppgift 1: En rak homogen stav OA med massan m och längden a är i änden O monterad i en fix glatt led. Via glatta leder i B och C samt en fix glatt led i D är den förenad med lätta stavar BC och CD, så att hela mekanismen kan röra sig i ett vertikalplan. Sträckan OB har längden b. Vinklarna $\angle OBC$ och $\angle ODC$ är räta. En yttre horisontell kraft H i C håller systemet i jämvikt. Beräkna H uttryckt i m, g, a, b, och vinkeln $\theta = \angle AOD$ som staven bildar med horisontalen OD.



Figur 1: Bild till Uppgift 1.

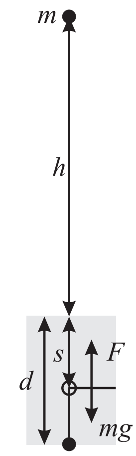
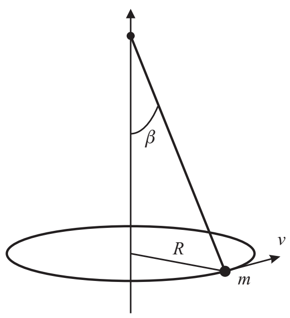


Bild till Uppgift 2.

Uppgift 2: En partikel med massan m släpps från vila på en viss höjd över marken. Marken består av en speciell typ av kvicksand och som ger en bromsande kraft F på partikeln som är proportionell mot kuben på djupet s under markytan, d.v.s. $F = -ks^3$. Partikeln stannar på djupet $s = d$ under marken. Beräkna från vilken höjd h den släpptes uttryckt i m, g, k, och d.

Uppgift 3: En konisk partikelpendel består av en partikel med massa m som hänger i en tråd av fix längd. Partikeln rör sig under inverkan av tyngdkraften i en cirkelbana med radien R så att tråden sveper ut en kon med fix spets. Vinkeln mellan tråden och lodlinjen är β. Beräkna partikelns fart i cirkelbanan.



Figur 2: Bild till Uppgift 3

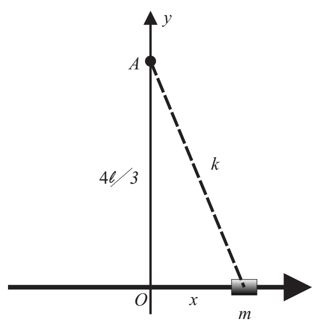


Bild till Uppgift 4.

Uppgift 4: En hylsa med massan m rör längs ett glatt horisontellt spår (x-axeln i figuren). Ett gummiband med styvhet k och med obelastad längd ℓ är fäst med sin ena ände i hylsan och med den andra änden i A vertikalt rakt över spåret på höjden $4\ell/3$. Antag att origo liggerr på x-axeln rakt under fästpunkten A. Ställ upp hylsans (exakta) rörelseekvation. Beräkna sedan hylsans vinkelfrekvens för små ($|x/\ell| \ll 1$) svängningar kring jämviktsläget.

Skriv aldrig flera uppgifter på samma papper.

Teoritentamen

Uppgift 5: Visa hur man kan dela upp en vektor $\boldsymbol{A}$ i två komposanter: en $\boldsymbol{A}_{\parallel}$ som är parallell med och en $\boldsymbol{A}_{\perp}$ som är vinkelrät mot en annan vektor $\boldsymbol{B}$.

Uppgift 6: Ange, med motivering, det maximala antalet linjärt oberoende jämviktsekvationer per kropp som kan fås fram i det plana respektive det tredimensionella fallet.

Uppgift 7: Definiera potentiell energi och beräkna potentiella energifunktionen $V(r)$ för kraftfältet $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{r}) = -kr\,\boldsymbol{e}_r(\theta)$. Här är r och θ planpolära (cylinder) koordinater. Var noggrann med vektor beteckningarna.

Uppgift 8: Rörelseekvationen $m\ddot{x} + kx = F_0 \sin(\omega t)$ beskriver påtvingad odämpad svängning. Tag fram den allmänna lösningen och beskriv vad den innebär fysikaliskt.

Problem- och teoritentamen är olika tentamina som vid godkänt ger 3 respektive 4 kurspoäng. Varje uppgift ger högst 3 (tentamens)poäng. På vardera delen kan man högst få 12 poäng och för godkänt fordras minst 4 poäng. Har du klarat kontrollskrivningar är teoridelen redan godkänd. För att kursen skall vara klar i sin helhet måste du också ha fått godkänt på inlämningsuppgifter som är värda 1 kurspoäng.

Enda tillåtna hjälpmedel: skriv- och ritdon inklusive suddgummi.

HE 09 05 19