

Formler för elvåg

Ulf Lundström

31 januari 2012

Detta dokument innehåller användbara formler och ekvationer för kursen SK1102 Klassisk fysik. Det innehåller långt i från allt i kursen men många av de mest användbara formlerna. Formlerna är de som jag gått igenom på övningarna för att lösa övningstalen och är därför uppdelade efter vilken övning de först används på. Dokumentet är inte klart än, men kommer utvidgas för varje ny övning.

Dokumentet finns tillgängligt på www.f.kth.se/~ulflund.

Innehåll

Konstanter och enheter	2
1 Akustik	3
2 Elektrostatik	4
3 Kondensatorer	6

Konstanter och enheter

Fysikaliska konstanter

Ljushastigheten	$c = 299792458 \text{ m/s}$
elektriska konstanten (permittiviteten för vakuum)	$\epsilon_0 = 8.8541 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
magnetiska konstanten (permeabiliteten för vakuum)	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
Plancks konstant	$h = 6.6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Plancks konstant/ 2π	$\hbar = 1.0546 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$
Boltzmanns konstant	$k_B = 1.3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Elementarladdningen	$e = 1.6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Elektronmassan	$m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Atommassenhet	$1 \text{ u} = 1.6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

SI-enheter

Storhet	Enhet	Symbol och uttryck
Längd	meter	m
Massa	kilogram	kg
Tid	sekund	s
Elektrisk ström	ampere	A
Temperatur	kelvin	K
Substansmängd	mol	mol
Ljusstyrka	candela	cd
Vinkel	radian	rad = m · m ⁻¹
Rymdvinkel	steradian	sr = m ² · m ⁻²
Frekvens	hertz	Hz = s ⁻¹
Kraft	newton	N = mkg s ⁻²
Tryck, spänning	pascal	Pa = N/m ² = m ⁻¹ kg s ⁻²
Energi	joule	J = Nm = m ² kg s ⁻²
Effekt	watt	W = J/s = m ² kg s ⁻³
Laddning	coulomb	C = sA
Spänning	volt	V = W/A = m ² kg s ⁻³ A ⁻¹
Kapacitans	farad	F = C/V = m ⁻² kg ⁻¹ s ⁴ A ²
Resistans	ohm	$\Omega = V/A = m^2 kg s^{-3} A^{-2}$
Konduktans	siemens	S = A/V = m ⁻² kg ⁻¹ s ⁻² A ²
Magnetiskt flöde	weber	Wb = Vs = m ² kg s ⁻² A ⁻¹
Magnetisk flödestäthet	tesla	T = Wb/m ² = kg s ⁻² A ⁻¹
Induktans	henry	H = Wb/A = m ² kg s ⁻² A ⁻²
Ljusflöde	lumen	lm = cdsr
Illuminans	lux	lx = lm/m ²
Radioaktivitet	becquerel	Bq = s ⁻¹
Strålningsdos	gray	Gy = J/kg = m ² s ⁻²

Övning 1: Akustik

Harmonisk våg, förskjutning

$$s(x, t) = a \sin(kx - \omega t)$$

- a [m] förskjutningsamplitud
- $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ [rad/m] vågtal
- $\omega = 2\pi f$ [rad/s] vinkelfrekvens
- $c = \frac{\omega}{k} = \lambda f$ [m/s] våghastighet

Intensitet är effekt per yta,

$$I = \frac{P}{A} \quad [\text{W/m}^2], \quad (1.1)$$

där P är effekten och A är arean den är spridd över. För ljudvåg gäller

$$I = \frac{1}{2} a^2 \omega^2 Z = \frac{p_{\max}^2}{2Z}, \quad (1.2)$$

där a [m] är förskjutningsamplituden, $\omega = 2\pi f$ [1/s] är vinkelfrekvensen, $p_{\max}$ [Pa=N/m²] är tryckamplituden och $Z = \rho c$ [kg/(m²s)] är den akustiska impedansen för materialet, ρ [kg/m³] är densiteten och c [m/s] är ljudhastigheten i materialet. Luft har $Z_{\text{luft}} \approx 420$ kg/(m²s) och vatten $Z_{\text{vatten}} \approx 1.5 \cdot 10^6$ kg/(m²s)

Ljudintensitetsnivå är en logaritmisk skala för intensitet,

$$\beta = \log_{10} \left(\frac{I}{I_0} \right) \cdot 10 \text{ dB}, \text{ där } I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2. \quad (1.3)$$

Reflektivitet är andelen av en ljudvåg som reflekteras vid infall mot en gränsyta mellan två material.

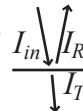
$$R = \frac{I_R}{I_{\text{in}}}, \quad (1.4)$$

där I_{in} är infallande intensitet och I_R är reflekterad intensitet.

För vinkelrätt infallande ljud gäller

$$R = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2, \quad (1.5)$$

där Z_1 och Z_2 är de akustiska impedanserna hos de två materialen.

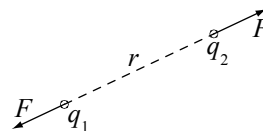


Övning 2: Elektrostatik

Coulombs lag säger att kraften F mellan två laddningar q_1 och q_2 [C] på avstånd r ges av

$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad [\text{N}], \quad (2.1)$$

där $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/(\text{Nm}^2)$ är den elektriska konstanten (permittiviteten hos vakuum).



Elektriskt fält $\mathbf{E}$ [N/C=V/m] på avstånd r från en laddning ges nedan för några vanliga laddningsfördelningar.

- punktladdning q [C]:

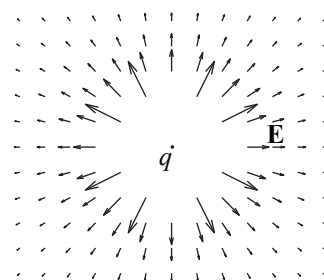
$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \quad (2.2)$$

- linjeladdning λ [C/m]:

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r} \quad (2.3)$$

- ytladdning σ [C/m²]:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{oberoende av avstånd}) \quad (2.4)$$



Fomlerna för linje- och ytladdning gäller på avstånd r mycket mindre än längden på linjen eller ytan.

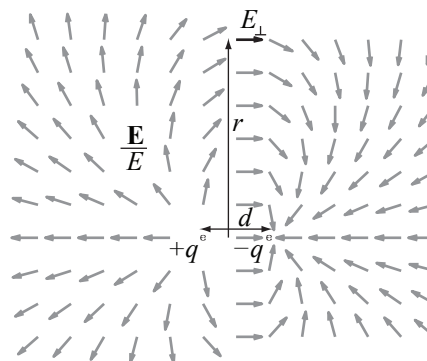
Superpositionsprincipen säger att det totala elektriska fältet är summan av de individuella elektriska fälten från alla närvarande laddningar.

En elektrisk dipol består av två laddningar q och $-q$ förskjutna ett litet avstånd $\mathbf{d}$. Den har ett dipolmoment

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d} \quad [\text{Cm}]. \quad (2.5)$$

Det elektriska fältet på ett avstånd $r \gg d$ vinkelrätt mot d är

$$E_{\perp} = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3}. \quad (2.6)$$



Elektrisk kraft på en laddning q ges av

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}, \quad (2.7)$$

där $\mathbf{E}$ är det yttre elektriska fältet vid laddningen. (En variabel med fet stil är en vektor och har därmed både storlek och riktning. För hand skrivs det normalt med ett streck eller pil över bokstaven, $\mathbf{E} = \vec{E} = \vec{E}$. Samma variabel utan fet stil betecknar absolutbeloppet av vektorn, $E = |\mathbf{E}|$.)

Gauss sats säger att

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{S} = \frac{Q}{\epsilon_0}, \quad (2.8)$$

där Q är laddningen innesluten av ytan S .

Elektriskt ledande material får en ytladdning som gör det totala elektriska fältet till 0 i materialet.

Elektrisk potential U [V] i en punkt a definieras utifrån

$$U_a = - \int_p^a \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad [\text{V}], \quad (2.9)$$

där p kan väljas fritt ($U_p = 0$), t.ex. i jord eller oändligheten.

Spänning U_{ab} är skillnad i elektrisk potential mellan punkterna a och b ,

$$U_{ab} = U_a - U_b = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{r} \quad [\text{V}], \quad (2.10)$$

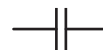
där integralen är oberoende av väg från a till b .

Potentiell energi hos en laddning q på potential U är den energi som krävs för att flytta laddningen från potential 0 till potential U ,

$$W = qU \quad [\text{J}]. \quad (2.11)$$

Övning 3: Kondensatorer

Kondensatorn är en elektrisk komponent som kan lagra laddning Q och energi W när man lägger en spänning U över den.



$$Q = CU \quad (3.1)$$

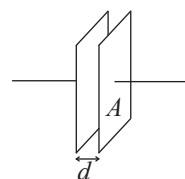
$$W = \frac{1}{2}CU^2 \quad (3.2)$$

där C [$\text{F} = \frac{\text{C}}{\text{V}}$] är kapacitansen hos kondensatorn.

Plattkondensatorn består av två elektriskt ledande plattor av area A på avstånd d och har kapacitans

$$C = \epsilon_0 \epsilon_r \frac{A}{d}, \quad (3.3)$$

där ϵ_r är den relativa permitiviteten hos materialet mellan plattorna och $\epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ är den elektriska konstanten. Mellan plattorna är det elektriska fältet



$$E = \frac{U}{d} \quad (3.4)$$

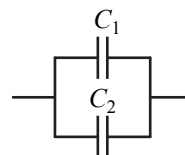
Seriekoppling av kondensatorer med kapacitans C_1 och C_2 ger kapacitans

$$\frac{1}{C_{\text{serie}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad (3.5)$$

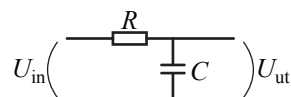


Parallellkoppling av kondensatorer med kapacitans C_1 och C_2 ger kapacitans

$$C_{\text{parallell}} = C_1 + C_2 \quad (3.6)$$



RC-kretsen: Urladdning av en kondensator med kapacitans C över en resistans R sker med en tidskonstant $\tau_{RC} = RC$. Spänningen över kondensatorn sjunker som



$$U(t) = U_0 e^{-t/\tau_{RC}} \quad (3.7)$$

