

Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden

Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?

Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering

Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel

Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden

Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

# Föreläsning 11, Dimensionering av tidsdiskreta regulatorer

Reglerteknik, IE1304



# Innehåll

- 1 Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden
- 2 Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?
- 3 Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering
- 4 Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel
- 5 Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden
- 6 Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

# Innehåll

- 1 Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden
- 2 Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?
- 3 Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering
- 4 Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel
- 5 Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden
- 6 Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

# Introduktion

- Som vi sett tidigare beror ett systems egenskaper huvudsakligen på var i det komplexa  $z$ -planet dess poler finns.
- Polplaceringsmetoden handlar om att först bestämma var vi vill ha det återkopplade systemets poler, dvs hur dess karakteristiska polynom ska se ut, och därefter ta fram en regulator som ger det slutna systemet detta önskade karakteristiska polynom.

# Regulatorstruktur

- En för polplacering ofta använd regulatorstruktur visas i bilden på sid 351.
- Den har fördelen att inte påverka det slutna systemets nollställen, eftersom det slutna systemets överföringsfunktion från börvärde till ärvärde blir  $\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{K_r B(z)}{A(z)C(z)+B(z)D(z)}$ 
  - Ett systems *nollställen* är lösningarna till den ekvation som fås om *täljaren* i systemets överföringsfunktion sätts lika med noll.
  - Även systemets nollställen påverkar dess transienta förlopp. Speciellt oönskat är poler utanför enhetscirkeln eftersom de gör att systemets utsignal initialt påverkas i fel riktning (kallas *icke-minimumfassystem*).
- Tyvärr påverkar den här föreslagna regulatorn nollställena i systemets överföringsfunktion från störning till ärvärde,

$$\frac{Y(z)}{V(z)} = \frac{C(z)B(z)}{A(z)C(z)+B(z)D(z)}$$

# Polplaceringskvationen

- Om vi bestämmer var vi vill ha systemets poler kan vi ta fram det önskade utseendet på överföringsfunktionens nämnare, vilket betecknas  $P(z)$ .
- Genom att sätta överföringsfunktionens nämnare lika med polynomet  $P(z)$  får vi *polplaceringskvationen*:
$$A(z)C(z) + B(z)D(z) = P(z).$$
- Med hjälp av polplaceringskvationen kan vi ställa upp ett ekvationssystem som ger koefficienterna i polynomen  $C(z)$  och  $D(z)$ .
- För att ekvationssystemet ska ha en entydig lösning måste vi välja polynomens gradtal rätt. Ett vanligt värde på gradtalet för  $P(z)$  är  $n_p = n_a + n_b - 1$ , där  $n_a$  är gradtalet för  $A(z)$  och  $n_b$  gradtalt för  $B(z)$ . Gradtalen för  $C(z)$  och  $D(z)$  sätts då till  $n_c = n_b - 1$  och  $n_d = n_a - 1$ .

# Börvärdesfaktorn

- Sluligen bestäms börvärdesfaktorn,  $K_r$ , så att lågfrekvensförstärkningen,  $K_{LF}$ , blir 1 eftersom det eliminerar kvarstående fel. Eftersom vi får ett systems lågfrekvensförstärkning genom att sätta  $z = 1$  i dess överföringsfunktion innebär detta att  $\frac{K_r B(1)}{P(1)} = 1 \Rightarrow K_r = \frac{B(1)}{P(1)}$

## Polplaceringsmetoden, exempel

- Notera att vi hela tiden räknar med negativ representation.
- Antag att processen som ska regleras har överföringsfunktionen  $\frac{B(z)}{A(z)} = \frac{0.5z^{-1} + 0.5z^{-2}}{1 - 0.82z^{-1}}$  och att vi vill placera alla det slutna systemets poler i  $z = 0.5$

- Gradtalen blir då:

$$n_p = n_a + n_b - 1 = 1 + 2 - 1 = 2$$

$$n_c = n_b - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$n_d = n_a - 1 = 1 - 1 = 0$$

- Eftersom  $n_p = 2$  ska vi ha två poler. De skulle placeras i  $z = 0.5 \Rightarrow z - 0.5 = 0$ , vilket i negativ representation blir  $1 - 0.5z^{-1} = 0$ , vilket ger

$$P(z) = (1 - 0.5z^{-1})(1 - 0.5z^{-1}) = 1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}$$

## Polplaceringsmetoden, exempel forts

- $C(z)$  skulle ha gradtalet 1 och  $D(z)$  gradtalet 0. Detta ger  $C(z) = 1 + c_1 z^{-1}$ ,  $D(z) = d_0$ , eftersom  $C(z)$  alltid ska ha  $c_0 = 1$  för att ge ett lösbart ekvationssystem.
- Nu kan vi ställa upp polplaceringsekvationen:  $AC + BD = P$ ;  
 $(1 - 0.82z^{-1})(1 + c_1 z^{-1}) + (0.5z^{-1} + 0.5z^{-2})d_0 =$   
 $1 - z^{-1} + 0.25z^{-2};$   
 $1 + c_1 z^{-1} - 0.82z^{-1} - 0.82c_1 z^{-2} + 0.5d_0 z^{-1} + 0.5d_0 z^{-2} =$   
 $1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}$
- Gruppera termer efter gradtal:  
 $1 + (c_1 - 0.82 + 0.5d_0)z^{-1} + (0.5d_0 - 0.82c_1)z^{-2} =$   
 $1 - z^{-1} + 0.25z^{-2}$

## Polplaceringsmetoden, exempel forts

- För att polynomen ska vara lika måste koefficienterna för samma  $z$ -potens vara lika. Detta ger oss följande ekvationssystem.

$$\begin{cases} \text{koefficienter för } z^{-1}: c_1 - 0.82 + 0.5d_0 = -1 \\ \text{koefficienter för } z^{-2}: 0.5d_0 - 0.82c_1 = 0.25 \end{cases}$$

- Ekvationssystemet ovan har lösningen

$$\begin{cases} c_1 = -0.24 \\ d_0 = 0.11 \end{cases}$$

- Slutligen bestäms börvärdefaktorn,  $Kr = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1-1+0.25}{0.5+0.5} = 0.25$
- Detta ger regulatoren i bilden på sid 355.

# Innehåll

- 1 Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden
- 2 Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?**
- 3 Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering
- 4 Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel
- 5 Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden
- 6 Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

# Polplacering

- Polernas placering påverkar, som vi sett på tidigare föreläsningar, en stor mängd av systemets egenskaper.
  - Stigtid, översväng, insvängningstid, stabilitetsmarginaler, styrsignalernas storlek osv
- Det går att ställa upp matematiska uttryck för dessa egenskaper och utifrån dem beräkna polernas placering. Detta ingår dock inte i den här kursen. Här nöjer vi oss med att konstatera att polerna normalt placeras inom det område som är markerat i bilden på sid 355.

# Innehåll

- 1 Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden
- 2 Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?
- 3 Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering**
- 4 Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel
- 5 Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden
- 6 Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

## Definition av dead-beat-reglering

- Dead-beat-reglering innebär att alla poler placeras i origo, detta ger snabbast möjliga system.
- Systemet når då sitt slutvärde efter samma antal samplingsintervall som överföringsfunktionens ordning, dvs redan efter ett samplingsintervall för ett första ordningens system.

# Polplaceringsekvationen vid dead-beat-reglering

- Alla poler i origo betyder att överföringsfunktionens nämnare,  $P(z) = (z - 0)^n = z^n$ , vilket i negativ representation blir  $z^n z^{-n} = 1$
- Beräkningarna sker på exakt samma sätt som i föregående exempel.

## För- och nackdelar med dead-beat reglering jämfört med långsammare reglering

- Fördelen är att systemet är snabbare.
- Nackdelen är att snabbheten kräver stora styrsignaler, vilket kan orsaka överstyrning (mättnad) av styrdonet eller i alla fall förkorta dess livslängd. Se bild sid 359.
- Styrsignalen kan minskas genom att förlänga samplingstiden (eftersom systemet då får längre tid på sig att svänga in). Problemet med det är att systemet då blir långsammare, och därför dröjer längre med att reagera på störningar. Eftersom störningar ger större problem med långsamma system används dead-beat-reglering mest för system med mycket små störningar, som tex inriktning av robotarmar.

# Innehåll

- 1 Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden
- 2 Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?
- 3 Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering
- 4 Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel**
- 5 Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden
- 6 Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

- Som vi sett används börvärdesfaktorn,  $K_r$  för att ge det återkopplade systemet lågfrekvensförstärkningen 1 och därmed eliminera det kvarstående felet.
- Tyvärr gäller detta endast ärvärdet, det går inte att införa motsvarande kompensering för störningarna eftersom vi inte kan reglera dem på något sätt. Därför får vi ett kvarstående fel för störningar.
- Det kvarstående felet elimineras (som vanligt) genom att införa ett integrerande block i regulatoren. Se bild sid 360.
- Beräkningarna utförs som tidigare, med skillnaden att vi slår ihop integratorn med processens nämnare,  $A(z)$ , vilken nu blir
$$A^*(z) = (1 - z^{-1})A(z)$$

Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden

Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?

Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering

Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel

Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden

Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

# Övningsuppgifter

- 19.5, 19.8, 19.9

# Innehåll

- 1 Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden
- 2 Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?
- 3 Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering
- 4 Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel
- 5 Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden**
- 6 Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

# För- och nackdelar med polplaceringsmetoden

- Fördelar

- Det går att göra mer än med traditionella PID-regulatorer, vilket ofta innebär att bättre regulatorer kan konstrueras.
- Lätt att programmera vid automatiserad bestämning av regulatorns öveföringsfunktion.

- Nackdelar

- Beräkningarna kan bli komplicerade eftersom polernas placering påverkar väldigt många av systemets egenskaper. Detta ger ofta svåra avvägningar mellan motstridiga önskemål på polernas placering.
- Utbudet av kommersiella PID-regulatorer är större än utbudet av godtyckligt programmerbara regulatorer.

## Övriga kommentarer

- Det går inte att åstadkomma vad som helst med polplacering.
- Till exempel går det inte att få bort en dödtid i processen eftersom det skulle innebära att regulatorn förutsäger framtida värden.
- Eftersom systemets egenskaper inte kan beräknas exakt utifrån polernas placering är det nödvändigt att simulera systemet innan det tas i drift.

# Innehåll

- 1 Kapitel 19.2. Polplaceringsmetoden
- 2 Kapitel 19.3. Var ska polerna placeras?
- 3 Kapitel 19.3. Dead-beat-reglering
- 4 Kapitel 19.4. Eliminering av kvarstående fel
- 5 Kapitel 19.5. För- och nackdelar med polplaceringsmetoden
- 6 Kapitel 19.6. Adaptiv och självinställande reglering

# Olineära och tidsberoende överföringsfunktioner

- I alla beräkningar vi gjort har vi antagit att den reglerade processens överföringsfunktion är (approximativt) lineär, dvs att dess differensekvation beskriver en rät linje. Om så inte är fallet ger samma styrsignal olika effekt beroende på utsignalens värde.
- Vi har också antagit att den reglerade processens överföringsfunktion är tidsoberoende, dvs att överföringsfunktionen alltid är densamma och att effekten av en viss styrsignal därför är densamma vid alla tidpunkter.
- Om något av ovanstående antaganden inte stämmer måste regulatorns överföringsfunktion kunna förändras beroende på den reglerade processens beteende.

## Parameterstyrda regulatorer

- Om vi kan identifiera någon mätbar parameter som påverkar processens överföringsfunktion kan vi ge denna parameter som insignal till regulatorn. Regulatorn anpassar sedan sin överföringsfunktion efter denna parameters värde, se bild sid 366.
- Vi måste alltså räkna ut en överföringsfunktion och en uppsättning parametrar för regulatorn för varje överföringsfunktion för processen.
- Detta gör det möjligt att på det sätt vi lärt oss reglera åtminstone vissa olineära processer och processer som ändrar överföringsfunktion beroende på någon yttre omständighet, tex temperatur.
- Problem är dels att det tar tid att räkna ut alla regulatorns parametrar, dels att det inte alltid går att koppla processens överföringsfunktion till någon mätbar parameter.

# Adaptiva regulatorer

- Ett annat sätt att lösa problemet med olineära och tidsberoende överföringsfunktioner är att låta regulatorn kontinuerligt räkna ut processens överföringsfunktion, se bild sid 367.
- Regulatorn kan använda en iterativ variant av minsta kvadratmetoden som gör att den framtagna överföringsfunktionen för processen modifieras vid varje nytt sampel, utan att tidigare beräkningar behöver göras om.
- Regulatorn kan sedan, varje gång processens överföringsfunktion ändrats, använda till exempel polplaceringsmetoden för att räkna om sin egen överföringsfunktion.

## Adaptiva regulatorer, forts

- Detta gör det möjligt att reglera processer med variabel överföringsfunktion även om överföringsfunktionen inte kan kopplas till någon mätbar parameter.
- Problemet är att en adaptiv regulator inte omedelbart anpassar sig till ändringar i processens överföringsfunktion eftersom dess uppfattning av denna överföringsfunktion är ett “genomsnitt” av överföringsfunktionen i de senaste samplingstidpunkterna. Den baserar därför styrsignalen på en felaktig bild av processen, speciellt om processens överföringsfunktion ändras snabbt vilket sker tex vid kraftiga olineäriteter.

## Självinställande regulatorer

- Ett “specialfall” av adaptiv regulator är en självinställande regulator. Den identifierar inte processens överföringsfunktion kontinuerligt utan endast en gång, vid installationen.
- Syftet är inte att hantera olineära eller tidsberoende processer, utan att slippa arbetet att räkna ut regulatorns överföringsfunktion.
- Det finns ingen garanti för att självinställningen blir tillräckligt bra, den måste alltid utvärderas innan systemet tas i drift.