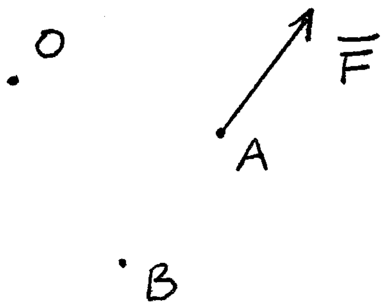
KS1, SG1109, 6/3, 2012

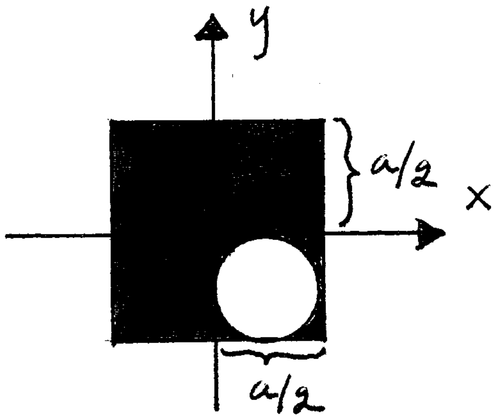
Tillåtna hjälpmedel: Penna och övriga ritdon. Inget annat.

1. a) En bil kör på en raksträcka med konstant hastighet. Förutom gravitationskraften och krafterna mellan däcken och vägbanan påverkas bilen av ett luftmotstånd med storleken D. Rita en figur av den frilagda bilen och sätt ut alla krafter som den påverkas av! Indikera också åt vilket håll bilen är på väg! (1p.)

b) Visa att kraftmomentet av kraften $\mathbf{F}$ med avseende på origo blir oförändrat om $\mathbf{F}$ parallellförflyttas från angreppspunkten A till angreppspunkten B, där linjen AB ligger längs $\mathbf{F}$:s angreppslinje! (1p.)



c) I en kvadrat med sidan a har man i andra kvadranten borrat ut ett cirkulärt hål med diametern $a/2$, enligt figuren. Bestäm masscentrums läge för kroppen! (1p.)

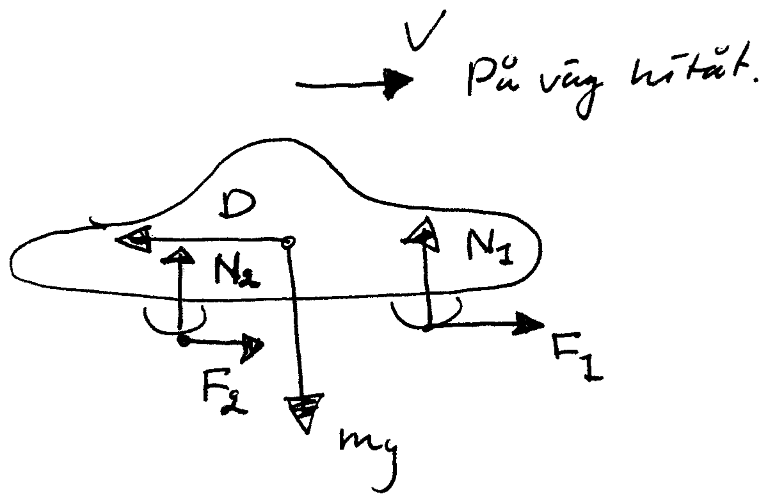


2 a) Härled uttrycken för hastigheten och accelerationen i cylinderkoordinater! En härledning av tidsderivatorna av enhetsvektorerna $\mathbf{e}_r$ och $\mathbf{e}_\theta$ ska ingå! (2p.)

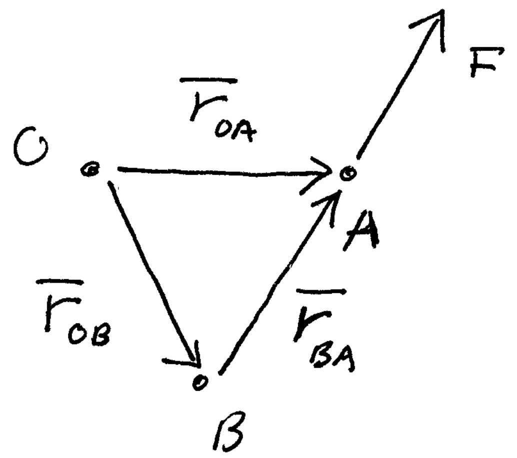
b) Beräkna $\mathbf{r} \times \mathbf{v}$ i cylinderkoordinater, där $\mathbf{r}$ är ortsvektorn och $\mathbf{v}$ är hastighetsvektorn! (1p.)

Lösningar

1 a)



b)



$$\bar{r}_{OB} + \bar{r}_{BA} = \bar{r}_{OA}$$

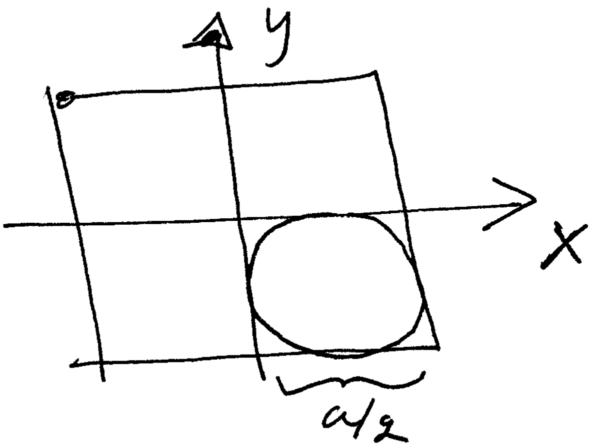
$$\bar{M}_0 = \bar{r}_{OA} \times \bar{F}$$

$$\bar{M}_0' = \bar{r}_{OB} \times \bar{F}$$

$$\bar{M}_0 = \bar{r}_{OA} \times \bar{F} = (\bar{r}_{OB} + \bar{r}_{BA}) \times \bar{F} =$$

$$= \bar{r}_{OB} \times \bar{F} + \underbrace{\bar{r}_{BA} \times \bar{F}}_{= \bar{0},\ \bar{r}_{BA} \parallel \bar{F}} = \bar{r}_{OB} \times \bar{F} = \bar{M}_0'$$

c)



Låt massan av kvadraten – cirkeln vara m_1 och massan av cirkeln vara m_2.

$$0 = \frac{m_1 x_G + m_2 a/4}{m_1 + m_2} \Rightarrow$$

$$x_G = -\frac{m_2}{m_1}\frac{a}{4}$$

Massorna förhåller sig som areorna:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\pi\left(\frac{a}{4}\right)^2}{a^2 - \pi\left(\frac{a}{4}\right)^2} = \frac{\pi}{16-\pi}$$

$$x_G = -\frac{\pi}{16-\pi}\frac{a}{4}$$

På samma sätt fås

$$y_G = \frac{m_2}{m_1}\frac{a}{4} = \frac{\pi}{16-\pi}\frac{a}{4}$$

2a) Se boken, sid 158-159

b) $\bar{r} \times \bar{v} = (r\bar{e}_r + z\bar{e}_z) \times (\dot{r}\bar{e}_r + r\dot{\theta}\bar{e}_\theta + \dot{z}\bar{e}_z) =$

$= r^2\dot{\theta}\,\bar{e}_r \times \bar{e}_\theta + r\dot{z}\,\bar{e}_r \times \bar{e}_z + z\dot{r}\,\bar{e}_z \times \bar{e}_r + zr\dot{\theta}\,\bar{e}_z \times \bar{e}_\theta =$

$= r^2\dot{\theta}\,\bar{e}_z - r\dot{z}\,\bar{e}_\theta + z\dot{r}\,\bar{e}_\theta - zr\dot{\theta}\,\bar{e}_r =$

$= -zr\dot{\theta}\,\bar{e}_r + (z\dot{r} - r\dot{z})\bar{e}_\theta + r^2\dot{\theta}\,\bar{e}_z$