



ES,
Elektroniksystem

Reglerteknik

Kurskod: IE1304

Datum: 12/3-2012

Tid: 09.00-13.00

Examinator: Leif Lindbäck (7904425)

Hjälpmedel: Formelsamling, dimensioneringsbilaga, miniräknare

Omfång:

Tentamen består av 7 sidor (inklusive denna, föregående och kursutvärderingen)

Poängkrav:

Max: 50 poäng

E: 25 poäng, D: 30 poäng, C: 35 poäng, B: 40 poäng, A: 45 poäng

Utförande:

Namn och personnummer skall anges på varje inlämnat skrivpapper

Bladnummer och uppgiftsnummer skall anges på varje inlämnat skrivpapper

Skriv endast på en sida.

Redovisade lösningar skall vara fullständiga och lätta att följa, egna antaganden skall motiveras.

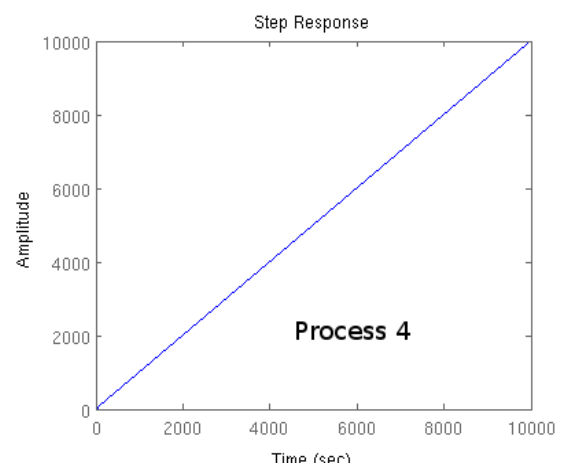
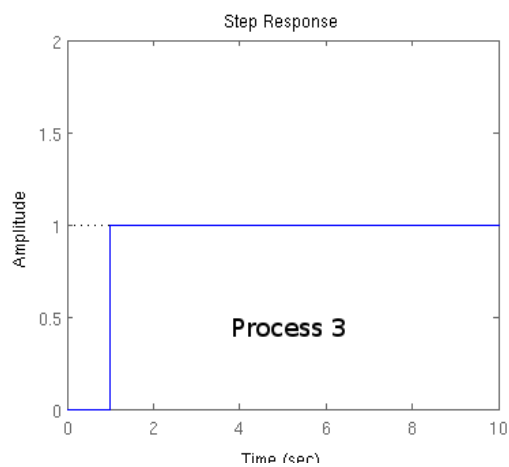
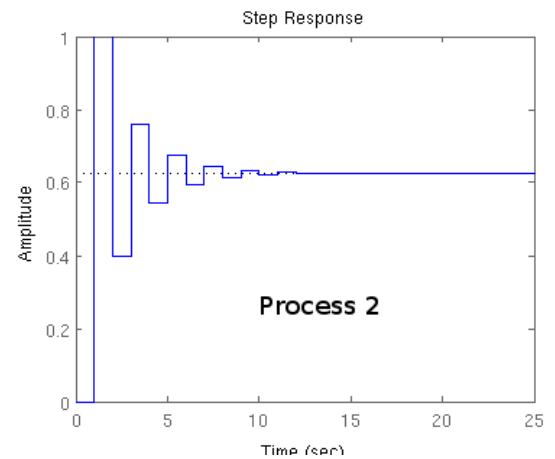
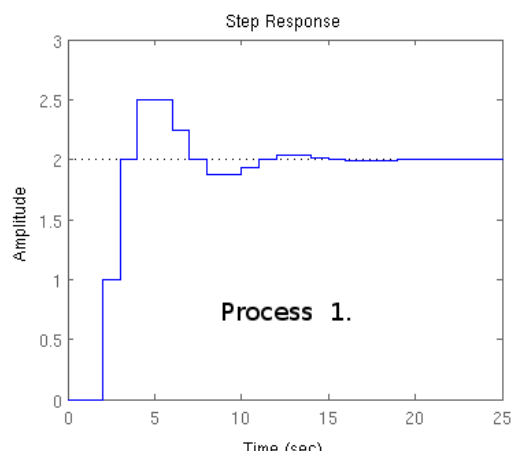
Lycka till

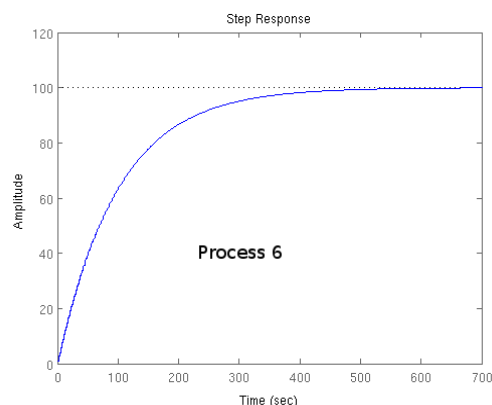
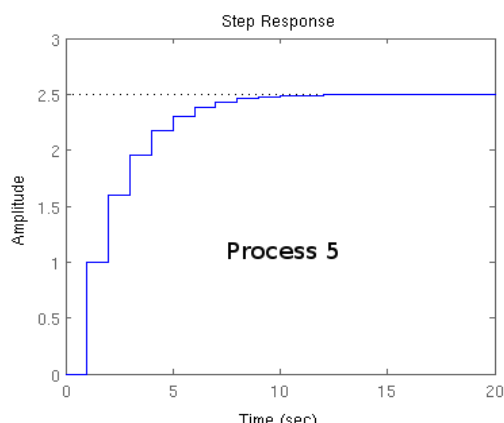
1. Ett diskret system har överföringsfunktionen $H(z) = \frac{z^2 - 0.4z + 0.4}{(z - 0.3 + j0.2)(z - 0.3 - j0.2)}$
Är systemet stabilt? Motivera! (2p)
2. Vilka för- och nackdelar har dead-beat-reglering? (2p)
3. Vilka för- och nackdelar har tvålägesreglering? (2p)
4. Hur definieras en process med en tidskonstant? Ange svaret med till exempel en formel. (2p)
5. Vad är BIBO-stabilitet? (2p)
6. Hur ändras normalt stegsvaret hos ett system med P-regulator om regulatorns förstärkning ökas? (2p)
7. Vad menas med alias-fenomenet? Hur gör man för att undvika fenomenet? (2p)
8. Nämn en oönskad egenskap ett system med tidsdiskret regulator kan få om samplingsintervallet är för långt? Varför får systemet denna egenskap? (2p)
9. Ett kontinuerligt system har överföringsfunktionen $G(s) = \frac{2}{(s+2)(s+3)}$ Har systemets stegsvar översväng? Motivera! (2p)
10. När kan det vara motiverat att beskriva ett system med en tillståndsmodell istället för en överföringsfunktion? Varför är det bättre att använda en tillståndsmodell i detta fall? (2p)

11. Nedanstående figurer visar stegsvar för olika tidsdiskreta processer. Vilken av dem har

- a) Endast en pol i origo? (1p)
- b) Komplexa poler? (1p)
- c) En pol på enhetscirkeln? (1p)
- d) Endast en pol i $z = 0.99$? (1p)

Motivera svaren!!



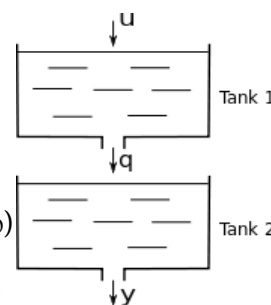


12. Sambandet mellan insignalen, u , och utsignalen, y , hos en process beskrivs av differensekvationen

$$y(k) = 0.5y(k-1) - 0.1y(k-2) + 2u(k-1) + u(k-2)$$

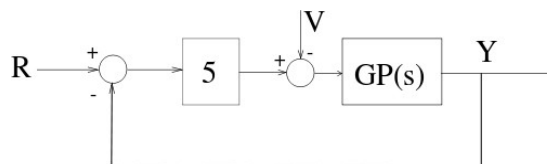
 Bestäm motsvarande tidsdiskreta överföringsfunktion. (2p)

13. Bilden till höger visar en process bestående av två tankar. Båda tankarna har bottenarean A , tank 1 har djupet h_1 och tank 2 djupet h_2 . Flödet in i tank 1 är u , flödet ut ur tank 2 är $y = 0.05h_2$ och flödet från tank 1 till tank 2 är $q = 0.06h_1$

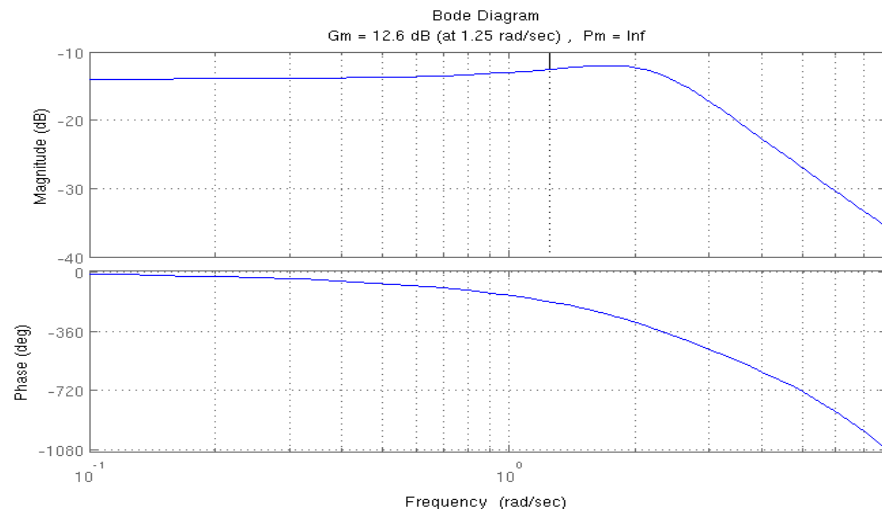


- Ställ upp differentialekvationerna för de två tankarna. (2p)
- Bestäm överföringsfunktionen från inflödet, U , till utflödet, Y . (2p)
- Hur stort är utflödet Y vid jämvikt om inflödet är $0.01 \text{ m}^3/\text{s}$? (1p)

14.
$$GP(s) = \frac{3}{1+5s}$$



- Bestäm det kvarstående felet, e_v , för systemet ovan om störningen, V , är ett enhetssteg och börvärdet, $R = 0$. (2p)
 - Bestäm det kvarstående felet, e_i , för systemet ovan om störningen, $V = 0$, och börvärdet, R , är en ramp med lutningen, $h = 1$. (2p)
15. Ett systems kretsfunction (slingförstärkningen) har bodediagrammet enligt figuren nedan. Processen skall regleras med en PID-regulator. Dimensionera denna enligt Ziegler-Nichols metod. Ange regulatorns K , T_I och T_D . (3p)



16. Bestäm lågfrekvensförstärkningen för nedanstående stabila tidsdiskreta system. (2p)

$$\frac{z^2 - 0.70z + 0.10}{z^3 - 1.2z^2 + 0.50z - 0.068}$$

17.

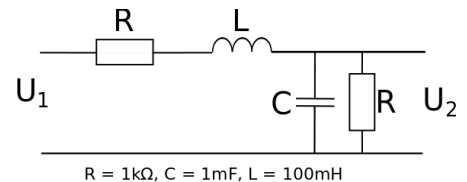
- a) En process med nedanstående överföringsfunktion ska regleras med en *integrerande* polplaceringsregulator. Den extra polen pga integrering kan placeras i origo. Alla andra poler ska ligga i $z = 0.5$. Rita ett blockschema med uträknade värden för regulatorn. (3p)

$$H(z) = \frac{3.0z^{-1}}{1 - 0.20z^{-1}}$$

- b) Bestäm differensekvationen som ska programmeras när ovanstående regulator implementeras. (1p)

18.

- a) Ställ upp differentialekvationerna på *tillståndsform* för den elektriska kretsen i figuren, där u_1 är inspänning och u_2 är utspänning. (3p)



- b) Beräkna var polerna ligger. (3p)

Enkät för utvärdering av kursen IE1304, Reglerteknik, våren 2012 (period 3)

Vi vill veta vad Du tycker om kursen!

Vi uppskattar om du fyller i enkäten och lämnar in denna tillsammans med tentan. *Tag loss sidan från häftklammern*

Betyg 1: Instämmer inte alls.

Betyg 5: Instämmer helt.

Påstående	Betyg 1	Betyg 2	Betyg 3	Betyg 4	Betyg 5
Informationen kring kursen var bra (kurshemsidorna)					
Föreläsningarna gav ett bra utbyte					
Laborationerna gav ett bra utbyte					
Lärarna på kursen kunde förklara bra					
Arbetsbördan var lagom stor					
Kursen var väl anpassad till dina förkunskaper					
Kurslitteraturen var tillräcklig.					
Tentamen var väl anpassad till kursen					
Kursen var som helhet givande och intressant					

Lösningar till tentamen i IE1304 120312

Uppgift 1

Systemet är stabilt eftersom alla poler ligger innanför enhetscirkeln. Detta framgår av att $\sqrt{0.3^2 + 0.2^2} < 1$.

Uppgift 2

Fördelar Snabbast möjliga insvängning, reglerfelet försvinner efter lika många sampel som systemets gradtal.

Nackdelar Kräver mycket kraftiga styrsignaler. Styrdonet slits fort, dessutom kanske det inte kan följa en så kraftig styrsignal.

Uppgift 3

Fördelar Enkelhet, det enda som krävs av regulatorn är att kunna slå om styrsignalen beroende på om ärvärdet är större eller mindre än börvärdet.

Nackdelar Systemet kommer att svänga kring börvärdet. Att styrsignalen ständigt växlar kan slita på styrdonet.

Uppgift 4

$$G(s) = \frac{K}{1+Ts}$$

Uppgift 5

Begränsade insignaler leder alltid till begränsade utsignaler.

Uppgift 6

Stigtiden minskar, slutvärdet ökar, översvängen ökar (om systemet har översväng), stabilitetsmarginalen minskar.

Uppgift 7

Då processens högsta väsentliga frekvens är av samma storleksordning som samplingsfrekvensen, kan den ibland förväxlas med en långsammare svängning. Det är aliasfenomenet. Styringreppet kan då motverka fel våg. Man undviker det genom att välja en samplingsfrekvens, som är minst dubbelt så snabb som processens frekvens. Om processen dessutom innehåller högfrekventa komponenter (störningar), kan dessa lågpasstreras.

Uppgift 8

Styrsignalen beräknas vid samplingsintervallets början och är sedan konstant under hela samplingsintervallet. Alla förändringar av ärvärdet innebär därför att fel styrsignal används tills nästa samplingsintervall börjar. Desto längre samplingsintervallet är, desto mer fel hinner styrsignalen bli. Detta kan medföra en mängd oönskade effekter som tex ökad översväng eller instabilitet.

Uppgift 9

Stegsvaret har ingen översväng eftersom systemet inte har några komplexa poler.

Uppgift 10

Beräkningarna blir enklare med tillståndsmoell om systemet har fler in- eller utgångar eller om det beskrivs av en differentialekvation av hög ordning.

Uppgift 11

- a) Process nummer 3 eftersom den svänger in på ett samplingsintervall.
- b) Process nummer 1 eftersom den har översväng. Process 2 har också översväng men eftersom dess periodtid är dubbla samplingsintervallet har den en pol på negativa reella axeln.
- c) Process 4 eftersom den inte är svänger in (det är en integrerande pol).
- d) Process 6 eftersom poler på positiva reella axeln ger insvängning utan översväng. Att det är process 6 och inte process 5 framgår av att process 6 är mycket långsammare, en pol i $z = 0.99$ innebär att processen är precis på gränsen till att svänga in.

Uppgift 12

Givet

Differensekvationen $y(k) = 0.5y(k-1) - 0.1y(k-2) + 2u(k-1) + u(k-2)$

Sökt

Öveföringsfunktionen, $H(z)$

Lösning

$$\begin{aligned}y(k) &= 0.5y(k-1) - 0.1y(k-2) + 2u(k-1) + u(k-2) \\y(k) - 0.5y(k-1) + 0.1y(k-2) &= 2u(k-1) + u(k-2) \\Z\text{-transform} \Rightarrow Y - 0.5Yz^{-1} + 0.1Yz^{-2} &= 2Uz^{-1} + Uz^{-2} \\Y(1 - 0.5z^{-1} + 0.1z^{-2}) &= U(2z^{-1} + z^{-2}) \\H(z) = \frac{Y}{U} &= \frac{2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.5z^{-1} + 0.1z^{-2}}\end{aligned}$$

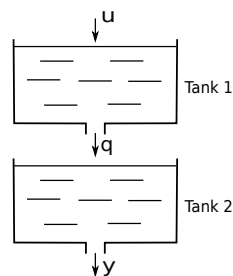
Svar

$$H(z) = \frac{2z^{-1} + z^{-2}}{1 - 0.5z^{-1} + 0.1z^{-2}}$$

Uppgift 13

Givet

Ett system bestående av två tankar enligt figuren nedan. Båda tankarna har bottenarean A , tank 1 har djupet h_1 och tank 2 djupet h_2 . Flödet från tank 1 till tank 2 är $q = 0.06h_1$ och flödet ut ur tank 2 är $y = 0.05h_2$



Sökt

- En differentialekvation för varje tank.
- Överföringsfunktionen från insignalen u till utsignalen y .
- Utfödet i jämvikt.

Lösning

Ställ upp en nivåbalansekvation för varje tank:

$$\begin{cases} \frac{dV_1}{dt} = u - q \\ \frac{dV_2}{dt} = q - y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A \frac{dh_1}{dt} = u - q \\ A \frac{dh_2}{dt} = q - y \end{cases}$$

Laplacetransformering ger:

$$\begin{cases} AH_1s = U - Q \\ AH_2s = Q - Y \end{cases}$$

$$\begin{cases} Q = 0.06H_1 \\ H_2 = \frac{Y}{0.05} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AH_1s = U - 0.06H_1 \\ \frac{AYs}{0.05} = 0.06H_1 - Y \end{cases}$$

Eliminera H_1 :

$$\begin{cases} AH_1s + 0.06H_1 = U \\ \frac{AYs}{0.05} = 0.06H_1 - Y \end{cases} ; \begin{cases} H_1 = \frac{U}{As + 0.06} \\ \frac{AYs}{0.05} = 0.06H_1 - Y \end{cases} ; \frac{AYs}{0.05} = 0.06 \frac{U}{As + 0.06} - Y$$

Ta fram överföringsfunktionen, $G = \frac{Y}{U}$:

$$\frac{AYs}{0.05} + Y = 0.06 \frac{U}{As + 0.06} ; Y \left(\frac{As}{0.05} + 1 \right) = U \frac{0.06}{As + 0.06} ; Y \frac{0.05 + As}{0.05} = U \frac{0.06}{As + 0.06}$$

$$\frac{Y}{U} = \frac{0.06}{As + 0.06} \cdot \frac{0.05}{0.05 + As} = \frac{0.003}{(As + 0.06)(As + 0.05)}$$

Vid jämvikt är $s = 0 \Rightarrow Y = \frac{0.003}{0.003}U = U$, detta inses för övrigt enkelt eftersom utflödet måste vara lika med inflödet om nivåerna inte ändras.

Svar

a)

$$\begin{cases} A \frac{dh_1}{dt} = u - q \\ A \frac{dh_2}{dt} = q - y \end{cases}$$

b) $G(s) = \frac{0.003}{(As + 0.06)(As + 0.05)}$

c) $Y = 0.01m^3/s$

Uppgift 14

Lösning

a)

$$e_v = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{G_P}{1 + G_R G_P} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\frac{3}{1 + 5s}}{1 + 5 \frac{3}{1 + 5s}} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{3}{1 + 5s + 15} = \frac{3}{16} \approx 0.19$$

b)

$$e_1 = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s(1 + G_R G_P)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{s(1 + 5 \frac{3}{1 + 5s})} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1 + 5s}{s + 5s^2 + 15s} \rightarrow \infty$$

Svar

a) $e_v \approx 0.19$

b) $e_1 \rightarrow \infty$

Uppgift 15

Lösning

Bodediagrammet ger $Am \approx 12.6dB$, $\omega_\pi \approx 1.25rad/s$

Detta ger att förstärkningen för att åstadkomma självsvängning, $K_0 = 10^{\frac{12.6}{20}} \approx 4.3$ samt att periodtiden för självsvängningarna, $T_0 = \frac{2\pi}{\omega_\pi} = \frac{2\pi}{1.25} \approx 5.0s$ Enligt formelsamlingen ger Ziegler-Nichols metod:

$$\begin{cases} K = 0.6K_0 = 0.6 \cdot 4.3 \approx 2.6 \\ T_I = 0.5T_0 = 0.5 \cdot 5.0 \approx 2.5s \\ T_D = 0.125T_0 = 0.125 \cdot 5.0 \approx 0.62s \end{cases}$$

Uppgift 16

Sökt

Lågfrekvensförstärkningen, K_{LF} , för ett block med överföringsfunktionen $H(z) = \frac{z^2 - 0.70z + 0.10}{z^3 - 1.2z^2 + 0.50z - 0.068}$

Lösning

$$K_{LF} = H(1) = \frac{1 - 0.70 + 0.10}{1 - 1.2 + 0.50 - 0.068} \approx 1.7$$

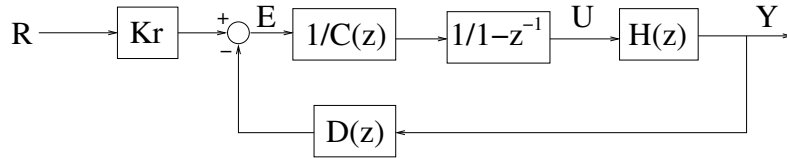
Uppgift 17

Givet

$$H(z) = \frac{3.0z^{-1}}{1 - 0.20z^{-1}}$$

Sökt

En integrerande polplaceringsregulator enligt blockschemat nedan. Alla poler ska ligga i $z = 0.5$ utom den extra polen pga integreringen, vilken ska ligga i $z = 0$.



Lösning, deluppgift a

$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)} = \frac{3.0z^{-1}}{1 - 0.20z^{-1}}$$

$$\text{Integrering} \Rightarrow A = (1 - z^{-1})(1 - 0.20z^{-1}), \quad B = 3.0z^{-1}$$

$$\text{Gradtalet för önskat karakteristiskt polynom, } n_p = n_a + n_b - 1 = 2 + 1 - 1 = 2$$

$$\text{Gradtalet för } C(z), \quad n_c = n_b - 1 = 1 - 1 = 0$$

$$\text{Gradtalet för } D(z), \quad n_d = n_a - 1 = 2 - 1 = 1$$

Placera den "ordinarie" polen i $z = 0.5$ och den extra polen pga integrering i $z = 0$

$$\Rightarrow \text{önskat karakteristiskt polynom, } P(z) = (1 - 0z^{-1})(1 - 0.5z^{-1}) = 1 - 0.5z^{-1}$$

Sätt systemets karakteristiska ekvation lika med önskat karakteristiskt polynom:

$$AC + BD = P; \quad (1 - z^{-1})(1 - 0.20z^{-1}) \cdot 1 + 3.0z^{-1}(d_0 + d_1z^{-1}) = 1 - 0.5z^{-1}$$

$$3.0d_0z^{-1} + 3.0d_1z^{-2} - 1.2z^{-1} + 0.20z^{-2} + 1.0 = 1.0 - 0.5z^{-1}$$

Detta ger följande ekvationssystem:

$$\begin{cases} 3.0d_0 - 1.2 = -0.50 \\ 3.0d_1 + 0.20 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d_0 \approx 0.23 \\ d_1 \approx -0.067 \end{cases}$$

$$\text{Slutligen bestäms } K_r = \frac{P(1)}{B(1)} = \frac{1 - 0.5}{3.0} \approx 0.17$$

Lösning, deluppgift b

$$E = 0.17R - (0.23 - 0.067z^{-1})Y \Rightarrow e(k) = 0.17r(k) - 0.23y(k) + 0.067y(k-1)$$

$$U = \frac{1}{1 - z^{-1}}E; \quad E = (1 - z^{-1})U : U = E + z^{-1}U \Rightarrow u(k) = e(k) + u(k-1)$$

$$\Rightarrow u(k) = 0.17r(k) - 0.23y(k) + 0.067y(k-1) + u(k-1)$$

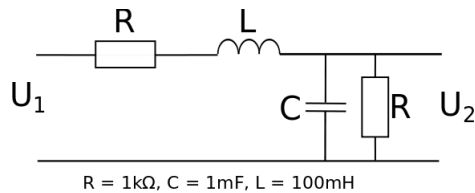
Svar

a) $C(z) = 1$, $D(z) = 0.23 - 0.067z^{-1}$, $K_r = 0.17$, blockschema se ovan

b) $u(k) = 0.17r(k) - 0.23y(k) + 0.067y(k-1) + u(k-1)$

Uppgift 18

Givet



Sökt

- Differentialekvationerna på tillståndsform.
- Processens poler
- En polplaceringsregulator som lägger alla poler i $s = -0.4$

Lösning deluppgift a

Tillståndsvariabler blir strömmen genom spolen, I , och spänningen över kondensatorn, U_2 .

$$\begin{cases} U_1 = RI + LI\dot{s} + U_2 \\ U_2 = I \frac{\frac{1}{Cs}R}{\frac{1}{Cs} + R} \end{cases} ; \begin{cases} U_1 = RI + LI\dot{s} + U_2 \\ U_2 = I \frac{R}{1 + CRs} \end{cases} ; \begin{cases} -LI\dot{s} = -U_1 + RI + U_2 \\ U_2 CRs = IR - U_2 \end{cases} ; \begin{cases} I' = \frac{1}{L}U_1 - \frac{R}{L}I - \frac{1}{L}U_2 \\ U_2' = \frac{1}{C}I - \frac{1}{CR}U_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} I' = \frac{1}{0.1}U_1 - \frac{1000}{0.1}I - \frac{1}{0.1}U_2 \\ U_2' = \frac{1}{0.001}I - \frac{1}{0.001 \cdot 1000}U_2 \end{cases} ; \begin{cases} I' = 10U_1 - 10000I - 10U_2 \\ U_2' = 1000I - U_2 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} I' \\ U_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10000 & -10 \\ 1000 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ U_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} U_1; Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ U_2 \end{bmatrix}$$

Lösning deluppgift b

Polerna ges av den karakteristiska ekvationen, $\det(s\mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0$, där $\mathbf{I}$ är en enhetsmatris och $\mathbf{A}$ systemmatrisen.

$$\left| s \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -10000 & -10 \\ 1000 & -1 \end{bmatrix} \right| = 0; \quad \left| \begin{bmatrix} s + 10000 & 10 \\ -1000 & s + 1 \end{bmatrix} \right| = 0$$

$$(s + 1000)(s + 1) - 10 \cdot (-1000) = 0; \quad s^2 + 1000s + s + 1000 + 10000 = 0$$

$$\begin{cases} s_1 \approx -11 \\ s_2 \approx -990 \end{cases}$$

Svar

a)

$$\begin{bmatrix} I' \\ U_2' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10000 & -10 \\ 1000 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ U_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \end{bmatrix} U_1; \quad Y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ U_2 \end{bmatrix}$$

b) Processen har två poler som ligger i $s_1 \approx -11$, $s_2 \approx -990$