



KTH Teknikvetenskap

SF1626 Flervariabelanalys
Kontrollskrivning 2
Tisdagen den 10 april 2012

Skrivtid: 08:15-09:45 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Lars Filipsson

Kontrollskrivningen bedöms med upp till 12 poäng. För att resultatet skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 7 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 2 på tentamen. För att få 4 poäng på uppgift 2 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2} dx dy,$$

där D är den cirkelsektor som beskrivs av olikheterna $x^2 + y^2 \leq 1$, $y \geq 0$ och $x + y \geq 0$. **(4 p)**

2. Låt $f(x, y) = y^3 - x^2 - 7y^2 + 2xy + 9y$.

A. Bestäm de kritiska (stationära) punkterna till f . **(1 p)**

B. Bestäm, för var och en av de kritiska punkterna från uppgift A, Taylorpolyomet av grad 2 till f kring punkten. **(2 p)**

C. Avgör de kritiska punkternas karaktär (lokalt min/lokalt max/sadel). **(1 p)**

3. Inom nationalekonomi används ibland en funktion av typen

$$F(L, K) = AL^\alpha K^\beta,$$

för att beskriva hur produktionen F beror på arbete, L , och kapital, K . Funktionen kallas Cobb-Douglas produktionsfunktion och A , α och β är konstanter. Anta att $\alpha = \beta = 1/2$ och att proportionalitetskonstanten $A = 1$. Anta vidare att budgetbegränsningar tillsammans kostnader för arbete och kapital gör att K och L , förutom att vara icke-negativa, också måste uppfylla villkoret $45L + 15K = 270$. Bestäm de värden på K och L som maximerar produktionen under dessa betingelser. **(4 p)**