



KTH Teknikvetenskap

**SF1626 Flervariabelanalys**  
**Kontrollskrivning 2**  
**Onsdagen den 2 maj 2012**

Skrivtid: 08:15-09:45 Tillåtna hjälpmedel: inga Examinator: Lars Filipsson

Kontrollskrivningen bedöms med upp till 12 poäng. För att resultatet skall kunna tillgodoräknas på tentamen krävs minst 7 poäng, vilket ger 3 poäng på uppgift 2 på tentamen. För att få 4 poäng på uppgift 2 krävs minst 9 poäng.

För full poäng på en uppgift krävs att lösningen är väl presenterad och lätt att följa. Det innebär speciellt att införda beteckningar ska definieras, att den logiska strukturen tydligt beskrivs i ord eller symboler och att resonemangen är väl motiverade och tydligt förklarade. Lösningar som allvarligt brister i dessa avseenden bedöms med högst två poäng.

1. Beräkna dubbelintegralen

$$\iint_D \frac{x+y}{x^2+y^2} dx dy,$$

där  $D = \{(x, y) : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9 \text{ och } y \geq 0\}$ . **(4 p)**

2. Låt  $f(x, y) = x^4 + y^4 - 4xy$ . Hur många lokala extrempunkter (lokala max/min) har funktionen  $f$ ? **(4 p)**

3. En komet rör sig längs en bana som i ett ON-koordinatsystem beskrivs av ekvationen  $y^2 - x^2 = 1$ , med  $y \geq 0$ . Avgör hur nära kometen kommer punkten  $(1, 0)$  genom att göra följande:

A. Formulera problemet som ett optimeringsproblem med bivillkor. **(1 p)**

B. Förklara varför man på förhand kan veta att det finns en optimal punkt till problemet i uppgift A. **(1 p)**

C. Lös problemet i uppgift A med hjälp av Lagranges metod och ange hur nära kometen kommer punkten  $(1, 0)$ . **(2 p)**