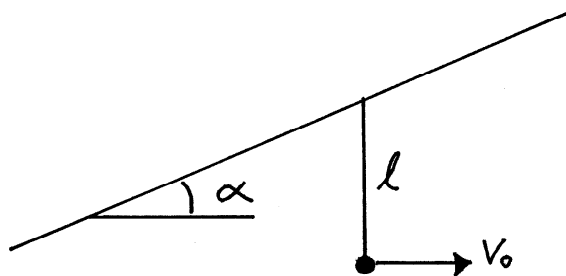


Tentamen, 5C1102, 05 05 25

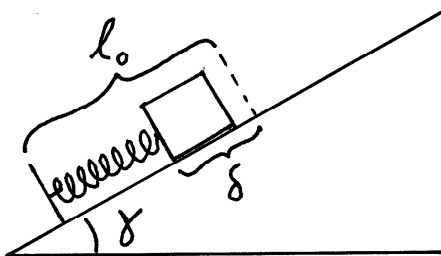
Varje uppgift ska lämnas på separat blad!

Var noga med att skilja mellan vektorer och skalärer!

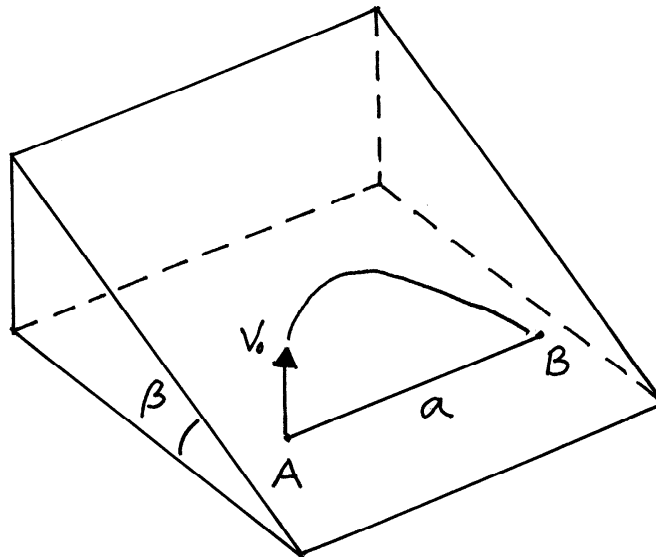
1. En liten kula med massan m är upphängd i ett snöre med längden l i ett lutande innertak enligt figur. Taket lutar med en vinkel α i förhållande till horisontalplanet. Bestäm den minsta hastighet v_0 åt höger som man måste ge kulan för att den ska slå i taket!



2. En kloss med massan m som befinner sig på ett lutande plan hålls fast mot en fjäder som är spänd med en förskjutning δ i förhållande till sin naturliga längd l_0 . Fjäderkonstanten är k och friktionskoefficienten mellan klossen och underlaget är μ . Klossen släpps och åker iväg. Bestäm dess hastighet då den förlorar kontakten med fjädern!



3. En partikel som befinner sig på ett lutande plan ges en hastighet \mathbf{v}_0 i punkten A . \mathbf{v}_0 ligger i det lutande planet och har beloppet v_0 enligt figur. Bestäm vinkeln α mellan \mathbf{v}_0 och linjen AB så att partikeln når punkten B ! Linjen AB är horisontell och avståndet mellan A och B är a . Det är ingen friktion mellan partikeln och underlaget.



4. Vart sextiofjärde år observeras en komet passera nära jorden. Vid dessa passager befinner sig kometen närmast solen i sin elliptiska bana, med ett avstånd till solen som är lika stort som jordens avstånd till solen. Bestäm kometbanans excentricitet och kometens längsta avstånd till solen, genom att utnyttja Keplers tredje lag. Jordens bana kan approximeras med en cirkel med radien R . Ellipsens ekvation (om du har glömt den) kan skrivas

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} \quad (1)$$

Teoridel

5.

- a) Härled uttrycken för hastighet och acceleration i cylinderkoordinater. Det ska ingå en härledning av uttrycken för derivatorna av enhetsvektorerna.
- b) Ange beloppen av hastigheten och accelerationen i cylinderkoordinater!

6.

- a) Utgå från definitionen av mekaniskt arbete och härled lagen om den kinetiska energin!
- b) Definiera en partikels kraftmoment och rörelsemängdsmoment med avseende på en punkt O, och härled momentekvationen! Ange vilken grundläggande lag som måste användas i denna härledning och var noga med motiveringen!
- c) Definiera sektorhastighet för centralrörelse och visa att den är konstant!

7. En vagn med massan m rör sig under inverkan av en kraft från en fjäder med fjäderkonstanten k och en dämpande kraft som är proportionell mot hastigheten med proportionalitetskonstanten c .

- a) Rita en figur av vagnen och sätt ut alla krafter. En x-axel ska finnas i figuren!
- b) Härled differentialekvationen för vagnens rörelse och definiera dämpningsfaktorn!
- c) Ange de olika typerna av lösning till ekvationen och vilka värden av dämpningsfaktorn som ger respektive typ av lösning!

8. Utgå från ellipsens ekvation som är given i uppgift 4 och härled Keplers tredje lag! Ledning: Betrakta de två punkterna i vilka satelliten befinner sig närmast respektive längst bort från centralkroppen och utnyttja att energin och rörelsemängdsmomentet bevaras. Vidare får du utnyttja följande två formler för halva lillaxelns längd samt ellipsens area:

$$b = a\sqrt{1 - e^2} \quad (2)$$

$$A = \pi ab \quad (3)$$