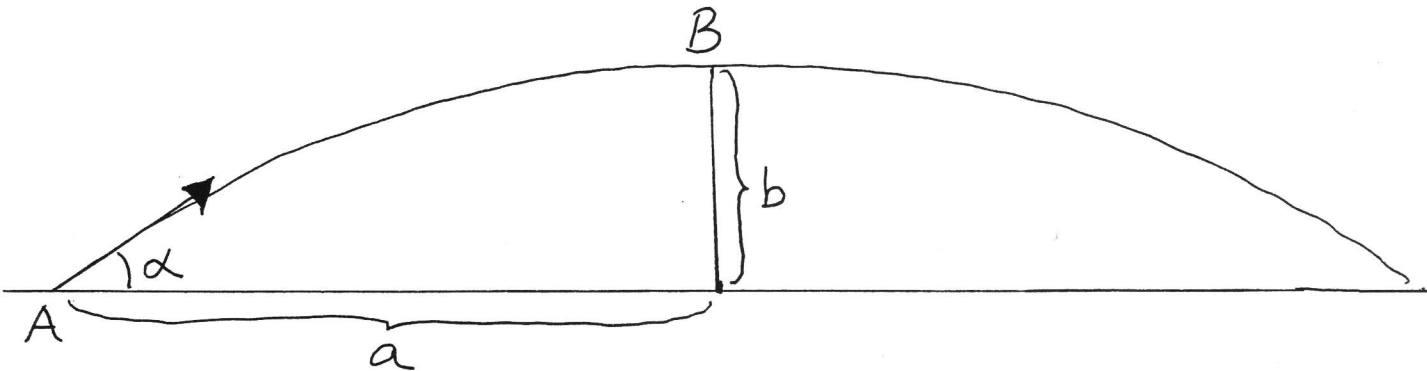


# Tentamen, SG1102, 09 05 27

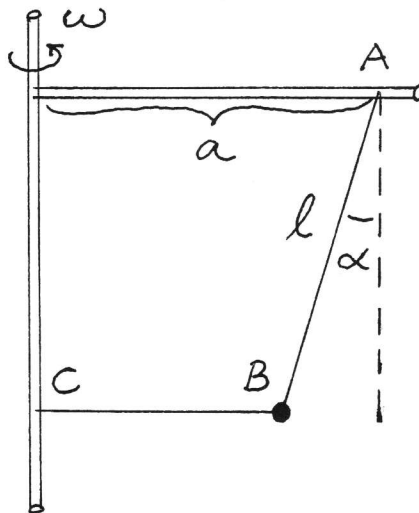
Varje uppgift ska lämnas på separat blad!

Tillåtna hjälpmedel: Papper och penna, inget mer!

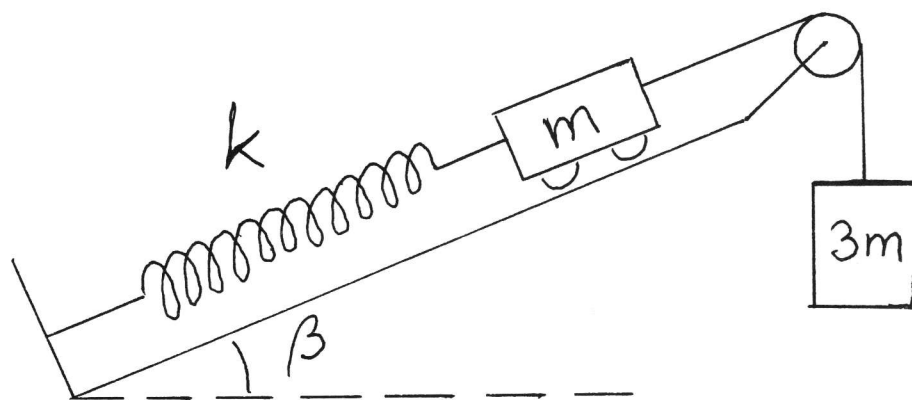
1. En pil skjuts upp från punkten  $A$  och når sitt högsta läge i punkten  $B$ , enligt figuren. Bestäm dess utgångsvinkel  $\alpha$ .



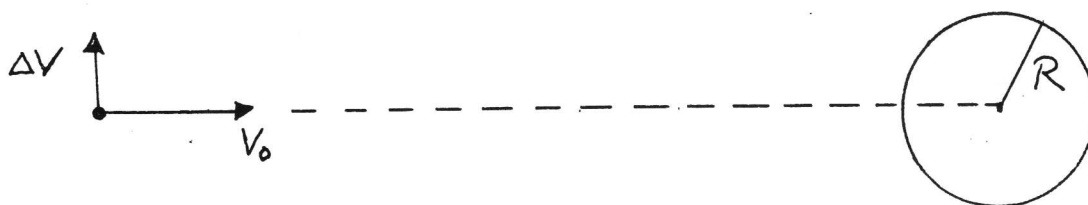
2. En partikeln med massan  $m$  är upphängd i två linor, enligt figuren. Linan  $AB$  har längden  $l$  och vinkeln  $\alpha$  till en vertikal axel. Linan  $BC$  är horisontell. Hela systemet roterar med en konstant vinkelhastighet  $\omega$ . Avståndet mellan den vertikala rotationsaxeln och upphängningspunkten  $A$  är  $a$ . Bestäm spännkrafterna i de båda linorna!



3. En vagn med massan  $m$  utför små svängningar på ett lutande plan med lutningsvinkeln  $\beta$ , under inverkan av en fjäder med fjäderkonstanten  $k$  och en fritt hängande tyngd med massan  $3m$ , vilken är kopplad till vagnen med en lina som löper över en lätt trissa som roterar fritt, allt enligt figuren. Bestäm perioden för svängningarna!



4. En asteroid ligger i rak kollisionkurs mot jorden med en hastighet  $v_0$  i förhållande till jorden. När den befinner sig på tio jordradiers avstånd från jordens centrum lyckas man landa en liten farkost på dess yta. Farkosten fyrar av en raket som ger asteroiden en hastighetsändring,  $\Delta v$ , vinkelrätt mot dess färdriktning. Bestäm hur stor hastighetsändringen minst måste vara för att asteroiden inte ska kollidera med jorden!



## Teoridel

5. Härled uttrycken för hastighet och acceleration i naturliga komponenter. Det ska ingå en fullständig härledning av tidsderivatan av  $\mathbf{e}_t$ .

6. a) Formulera Newtons första lag (tröghetslagen) i ord och visa att den kan härledas ur Newtons andra lag.

b) Härled lagen om den kinetiska energin!

c) En partikeln rör sig från punkten  $A$  till punkten  $B$  under inverkan av en kraft. Det totala arbeten som uträttas av kraften är hälften så stort som dess ursprungliga kinetiska energi  $T_A$ . Bestäm  $T_B/T_A$  !

7. En vagn med massan  $m$  rör sig under inverkan av en kraft från en fjäder med fjäderkonstanten  $k$  och en dämpande kraft som är proportionell mot hastigheten, med proportionalitetskonstanten  $c$ .

a) Härled differentialekvationen för vagnens rörelse och definiera dämpningsfaktorn! En figur ska ingå.

b) Skriv upp de olika typerna av lösning till ekvationen och ange vilka värden av dämpningsfaktorn som ger respektive typ av lösning! Ange också vad lösningarna kallas.

c) Ett system genomgår svagt dämpade svängningar med dämpningsfaktorn  $\zeta$  och perioden  $\tau_d$ . Efter hur lång tid har amplituden minskat till en tiondel av den ursprungliga?

8. Härled uttrycket för den totala energin,  $E$ , för en partikel med massan  $m$  som påverkas av en gravitationskraft från en centralkropp med massan  $M$ . Partikeln rör sig utefter en bana som beskrivs av ekvationen

$$r = \frac{ed}{1 + e \cos \theta}, \quad (1)$$

där  $ed = h^2/GM$ ,  $h = r^2\dot{\theta}$  är dubbla sektorshastigheten och  $G$  är Newtons allmänna gravitationskonstant. Uttrycket för  $E$  ska innehålla storheterna  $m$ ,  $M$ ,  $h$  och  $e$ . Vilket tecken har  $E$  då  $e < 1$ ,  $e = 1$  och  $e > 1$  ?