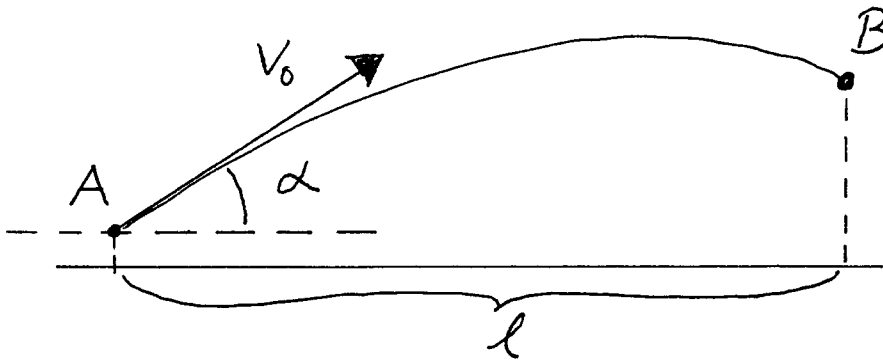


# Tentamen, SG1102, 09 08 17

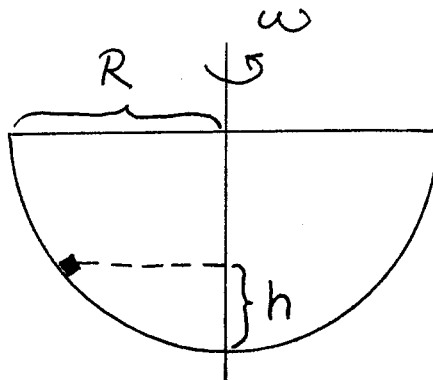
Varje uppgift ska lämnas på separat blad!

Tillåtna hjälpmedel: Papper och penna, inget mer!

1. En fotbollsspelare skjuter en fotboll från punkten  $A$  med en utgångshastighet  $v_0$  och utgångsvinkel  $\alpha$ . En målvakt fångar bollen i punkten  $B$  som ligger på ett horisontellt avstånd  $l$  från  $A$ . Bestäm beloppet av bollens hastighet i punkten  $B$ !



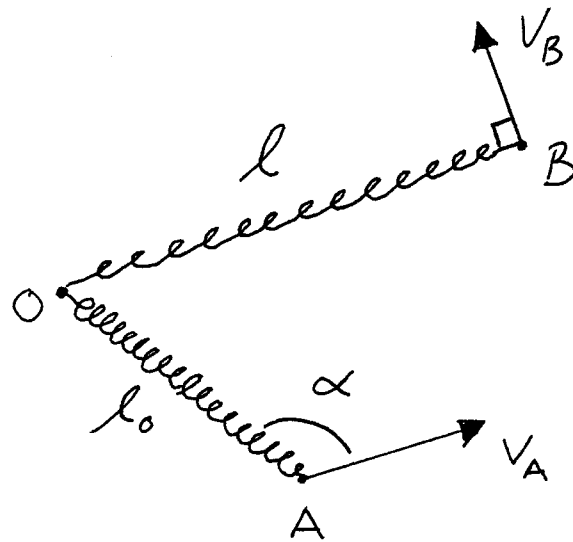
2. En partikel befinner sig i en roterande halvsfärisk skål med radien  $R$ . Skålens vinkelhastighet är  $\omega$  och partikeln ligger stilla relativt skålen. Friktionen mellan partikeln och skålen är försumbar. Bestäm hur högt  $h$  partikeln befinner sig i förhållande till skålens botten!



3. En fjäder med naturlig längd  $l_0$  och fjäderkonstanten  $k$  är i sin ena ände fäst i punkten  $O$ . I den andra änden är en partikel med massan  $m$  fäst. Fjäders och partikeln är fria att röra sig utan friktion över ett horisontellt underlag. Partikeln ges en hastighet  $v_A$  i punkten  $A$  då fjädern är ospänd. I punkten  $B$  har fjädern längden  $l$  och dess hastighet är vinkelrät mot  $OB$ .

a) Bestäm hastigheten,  $v_B$ , i punkten  $B$ !

b) Bestäm vinkeln,  $\alpha$ , som  $v_A$  hade i förhållande  $OA$ !



4. En komet kretsar kring solen i en elliptisk bana. Dess största hastighet relativt solen är trettio gånger större än dess minsta hastighet. Dess närmsta avstånd till solen är  $S$ . Bestäm kometens hastighet då den befinner sig närmast solen! Solens massa är  $M$  och Newtons allmänna gravitationskonstant är  $G$ .

## Teoridel

5. Härled uttrycken för hastighet och acceleration i cylinderkoordinater. Det ska ingå en fullständig härledning av tidsderivatorna av  $\mathbf{e}_r$  och  $\mathbf{e}_\theta$ .

6. a) Härled lagen om den kinetiska energin!

b) Härled uttrycket för den potentiella energin i ett tyngdkraftfält som beskrivs av Newtons allmänna gravitationslag!

c) Bestäm flykthastigheten, d v s den minsta hastighet som en kropp måste ha vid jordytan för att lämna jorden för gott.

7. En vagn med massan  $m$  rör sig under inverkan av en kraft från en fjäder med fjäderkonstanten  $k$  och en dämpande kraft som är proportionell mot hastigheten, med proportionalitetskonstanten  $c$ .

a) Härled differentialekvationen för vagnens rörelse och definiera dämpningsfaktorn! En figur ska ingå.

b) Skriv upp de olika typerna av lösning till ekvationen och ange vilka värden av dämpningsfaktorn som ger respektive typ av lösning! Ange också vad lösningarna kallas.

c) Hur lång är perioden för ett odämpat system i förhållande till perioden för ett dämpat system med samma  $k$  och  $m$  och med dämpningsfaktorn  $\zeta = 1/5$ ?

8. Ställ upp rörelseekvationen för en kropp med massan  $m$  som rör sig under inverkan av gravitationskraften från en centralkropp med massan  $M$ . Rita en figur där kraften och inhetvektorn  $\mathbf{e}_r$  finns med! Härled Binets formel och visa att kroppens bana beskrivs av ett kägelsnitt!