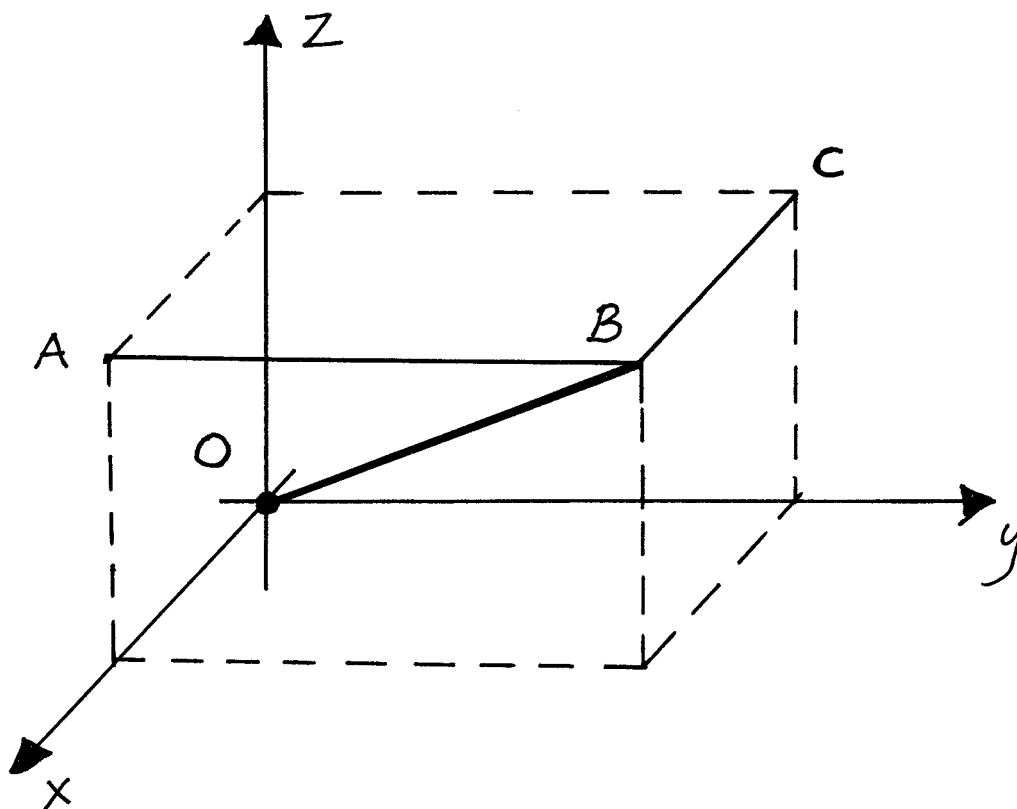


Tentamen, SG1109, 29/5, 2012

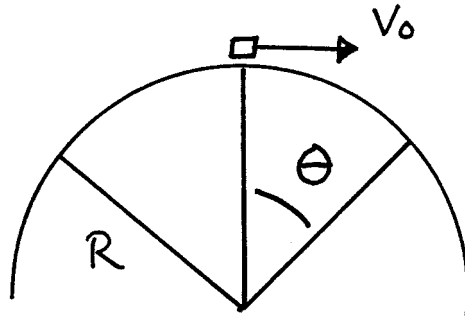
Tillåtna hjälpmedel: Penna och övriga ritdon. Inget annat.

1. En rak homogen stång med massan m är i sin ena ände upphängd i en friktionsfri kulle i origo. I den andra änden hålls den på plats av två linor, enligt figuren. Linan AB är parallell med y -axeln och linan BC är parallell med x -axeln. Upphängningspunkten B har koordinaterna (a, b, c) och z -axeln är en vertikalaxel. Bestäm spännkrafterna i linorna!



2. En kvinna med massan m hoppar bungyjump från ett broräcke. Bungyjumplinan har längden l och fungerar som en fjäder med fjäderkonstanten k då den är spänd. Vid $t = 0$ hoppar kvinnan från broräcket. Hon hoppar rakt nedåt. I tidsintervallet $0 < t < t_1$ kommer linan att vara ospänd och i tidsintervallet $t_1 < t < t_2$ kommer linan att vara spänd. Bestäm t_1 och kvinnans position y som funktion av tiden i de båda tidsintervallen! Sätt $y = 0$ vid broräcket och låt y -axeln peka nedåt!

3. En berg-och-dalbanevagn med massan m har i sin högsta punkt en hastighet v_0 . Kring högsta punkten är banan cirkulär med radien R . Bestäm normalkraften på vagnen som funktion av vinkeln θ så länge banan kan antas vara cirkulär. Bestäm också vid vilken vinkel som vagnen skulle tappa kontakten med banan om den vore fullständigt cirkulär!



4. I en kometbana gäller att $\dot{\theta}_{max}/\dot{\theta}_{min} = 2$. Bestäm
- banans excentricitet!
 - förhållandet T_{max}/T_{min} där T är den kinetiska energin!
 - förhållandet V_{max}/V_{min} där V är den potentiella energin!

Teoridel

1. a) Visa att kraftmomentet inte förändras om kraften parallellförflyttas utefter sin verkningslinje! En figur måste ingå! (1p)

b) Bevisa sambandsformeln

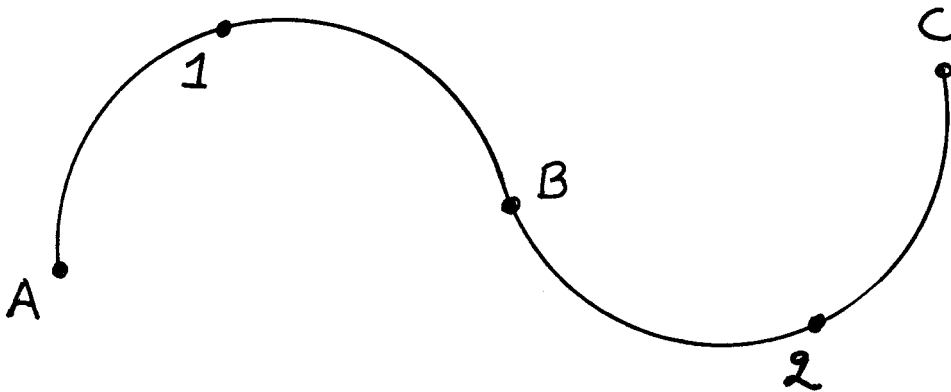
$$\mathbf{M}_A = \mathbf{M}_B + \mathbf{r}_{AB} \times \mathbf{F}, \quad (1)$$

för ett kraftsystem! (1p)

c) Definiera vad som menas med två ekvimomenta kraftsystem och visa att två kraftsystem är ekvimomenta om de har samma moment med avseende på alla punkter! (1p)

2. a) Härled uttrycken för hastigheten och accelerationen i naturliga komponenter! En härledning av derivatan av tangentialenhetsvektorn ska ingå. (2p)

b) En bil kör utefter banan ABC . Mellan A och B minskar den sin fart och mellan B och C ökar den sin fart. Gör en egen figur och indikera i denna figur accelerationsvektorn \mathbf{a} , hastighetsvektorn \mathbf{v} , tangentialenhetsvektorn \mathbf{e}_t och normalenhetsvektorn \mathbf{e}_n i punkterna 1 och 2! (1p)



3.

a) Härled momentekvationen! (1p)

b) Definiera tröghetsmoment för en homogen kropp och beräkna tröghetsmomentet för *i*) en homogen cirkulär ring med massan m och *ii*) en homogen cirkelskiva med massan m ! (1p)

c) En cirkulär ring med massan m sätts i rotation under inverkan av ett konstant kraftmoment M_z med avseende på dess masscentrum, där z -axeln är vinkelrät mot det plan som ringen ligger i. Efter tiden t_1 har den uppnått en vinkelhastighet ω . Hur lång tid tar det för en homogen cirkelskiva att uppnå samma vinkelhastighet under inverkan av ett lika stort kraftmoment M_z som påverkar skivan på motsvarande sätt som ringen?

4. a) Definiera sektorshastighet och visa att sektorshastigheten är konstant vid centralrörelse!

b) Härled Keplers tredje lag!

c) En planet X som har en i stort sett cirkulär bana runt solen har en period τ_x . Bestäm förhållandet mellan planetens avstånd till solen och jordens avstånd till solen!