REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2011–10–17, kl 14:00–19:00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK
(Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande),
räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor
och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Bo Wahlberg 790 7242 alt. 070 565 5846

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2011-11-03.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen (STEX), plan 3,
Osquldas väg 10.

Lycka till!

---

1. (a) Betrakta följande system

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix} x(t)\end{aligned}$$

Ange systemets överföringsfunktion. (2p)

(b) Systemet

$$G(s) = \frac{-s+1}{s+1}$$

återkopplas med en P-regulator, $F(s) = K$. Ange för vilka värden på K ($K > 0$) som motsvarande återkopplade system är stabilt. (2p)

(c) Uppgiften är att välja samplingsintervall T för det återkopplade systemet

$$G_c(s) = \frac{10}{s+10}$$

genom att använda tumregeln $T = 0.35/\omega_c$ (sidan 216 i Kursboken). Bestäm T för detta system. (3p)

(d) Ange differensekvationen från reglerfel $e(t)$ till insignal $u(t)$ då PI-regulatorn

$$F(s) = 10\,\frac{s+0.1}{s}$$

approximeras med Tustins formel med samplingsintervall $T = 0.2$. (3p)

2. (a) Studera följande system

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -3 & 5 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) \tag{1}$$

Bestäm en tillståndsåterkoppling

$$u(t) = -\begin{bmatrix} \ell_1 & \ell_2 \end{bmatrix} x(t) + r(t)$$

som ger en dubbelpol i $-\lambda$ för motsvarande återkopplade system. Det slutna systemet skall vara så snabbt som möjligt utan att använda för hög förstärkning. Bestäm ℓ_1 och ℓ_2 så att λ är så stor som möjligt under bivillkoret att $|\ell_1| \leq 6$.

(5p)

(b) Studera följande system

$$\dot{x}_1(t) = \frac{-1}{3 + x_2^2(t)} + x_1^2(t)u^2(t)$$
$$\dot{x}_2(t) = 2 - x_1^2(t) - x_2^2(t)$$

Linjärisera systemet runt jämnviktspunkter med $x_1^0 = 1$ och $x_2^0 = 1$. (5p)

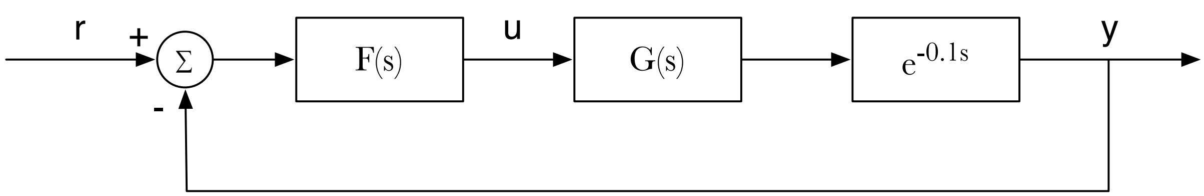
3. Ett system bestående av en motor som driver en elastisk axel kan modelleras med

$$G(s) = \frac{165s + 25000}{s^4 + 20s^3 + 11000s^2 + 3400s}$$

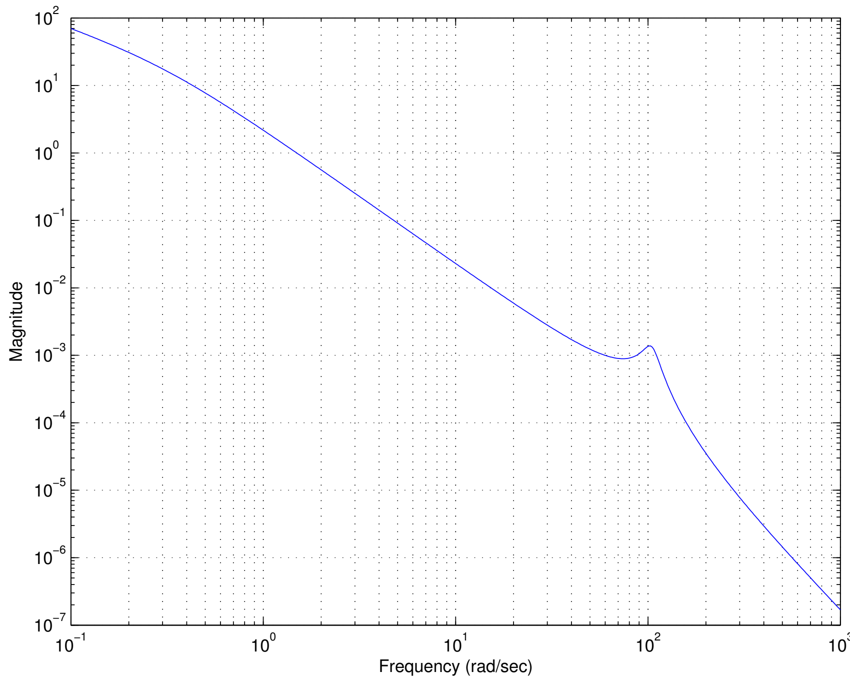
Ett Bodediagram för $G(s)$ ges i Figur 2 på nästa sida. Insignalen $u(t)$ är motorns moment och utsignalen $y(t)$ är vinkelläget hos lasten. Systemet påverkas av en tidsfördröjning på 100 ms (som inte finns med i Bodediagrammet). Blockdiagrammet för det återkopplade systemet ges i Figur 1.

Bestäm en regulator $F(s)$ så att systemet blir

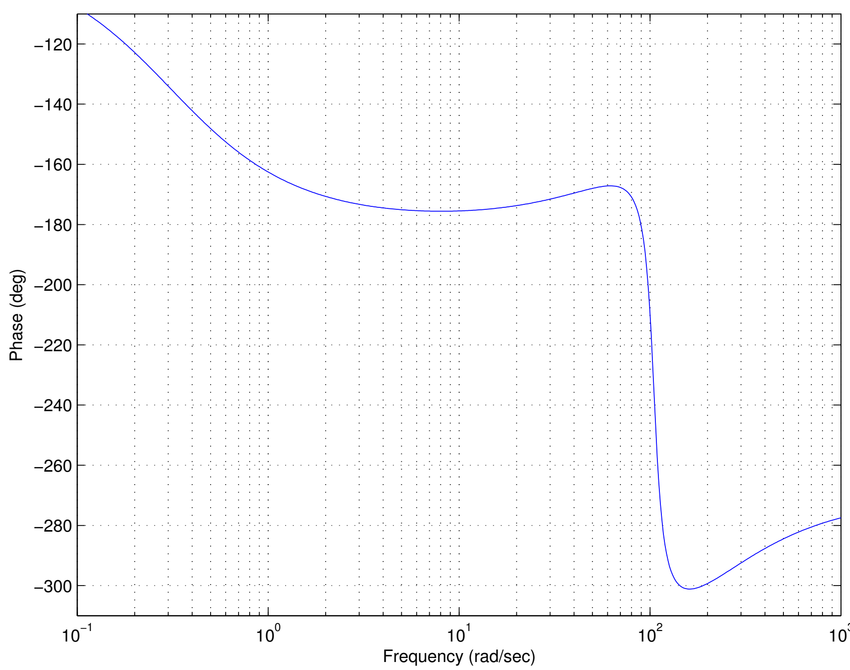
- 3 gånger snabbare än med en P-regulator med $K = 0.1$
- Samma översläng som för P-regulatorn
- Statiska felet vid en ramp som insignal ska vara mindre än 0.5



Figur 1: Blockdiagram över det återkopplade systemet.



(a) Magnituddiagram



(b) Fasdiagram

Figur 2: Bodediagram för $G(s)$ i Uppgift 3.

4. Systemet

$$G^0(s) = \frac{1}{(s-1)(\epsilon s+1)}, \qquad \epsilon \geq 0$$

regleras med PI-regulatorn

$$u(t) = 3[e(t) + \frac{1}{3}\int_0^t e(\tau)d\tau], \quad e(t) = [r(t) - y(t)]$$

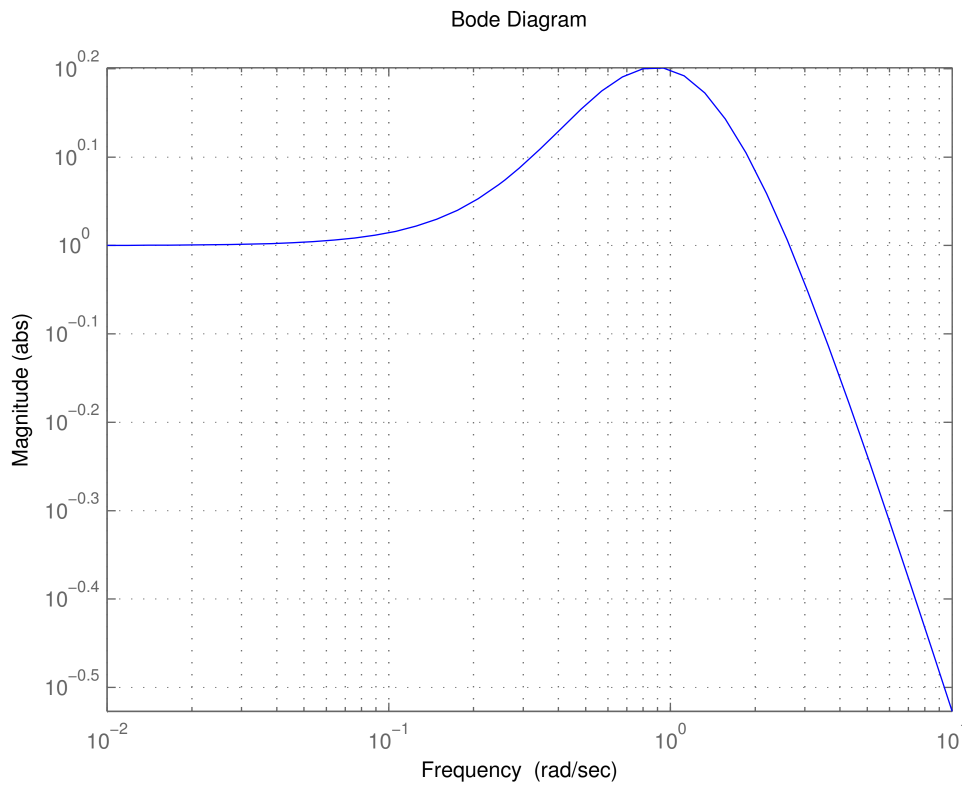
(a) Härled överföringsfunktionen från referenssignal $r(t)$ till utsignal $y(t)$ och rita en rotort för det slutna systemetets poler som function av $\epsilon \geq 0$. För vilka värden på $\epsilon \geq 0$ är det återkopplade systemet stabilt? (6p)

(b) Använd istället robusthetskriteriet (Resultat 6,2, sidan 125 i kursboken) med nominell modell

$$G(s) = \frac{1}{s-1}$$

för att avgöra för vilka $\epsilon \geq 0$ vi kan garantera att det verkliga slutna systemet enligt Uppgift a) är stabilt. Amplitudkurvan för motsvarande komplementera känslighetsfunktion, dvs $|T(i\omega)|$, är given i Figur 3 på nästa sida. Det räcker med att använda approximativa metoder för att svara på denna uppgift.

(4p)



Figur 3: Bodediagriam för komplementera känslighetsfunktion $T(s)$ i Uppgift 4.

5. Studera det asymtotiskt stabila systemet

$$\dot{y}(t) = -y(t) + u(t)$$

och den *innovativa regulatorn*

$$u(t) = \dot{y}(t) + r(t).$$

Här har vi en ren deriverande (D) regulator med positiv återkoppling!

(a) Beräkna slutna systemets överföringsfunktion från $r(t)$ till $y(t)$. (2p)

(b) Bestäm det återkopplade systemets känslighetsfunktion, dvs överföringsfunktionen från en utsignalstörning $v(t)$ till utsignal $y(t)$. Ange för vilka frekvenser ω som en störning $v(t) = \sin(\omega t)$ undertrycks. (4p)

(c) Antag att utsignalstörningen $v(t) = \sin(t^2)$ och $r(t) = 0$.
Bestäm motsvarande utsignal $y(t)$ och beräkna $\lim_{t\to\infty} y(t)$. (3p)

(d) Motivera om detta är en bra regulator eller inte. (1p)