



EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 9:
Tillståndsåterkoppling och observerare

Innehåll

- Lösning av tillståndsekvation (repetition)
- Styrbarhet och observerbarhet (repetition)
- Tillståndsåterkoppling
- Observerare

Optimering av kvadratiska kriterier, Glad & Ljung
kapitel 9.3 ingår ej. Se fortsättningskurser i
reglerteknik.

Tillståndsmodeller

Tillståndsbeskrivning

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

där $x \in \mathbf{R}^n$, $u \in \mathbf{R}^m$, $y \in \mathbf{R}^p$ och oftast $m = p = 1$ i denna kursen.

- Vektorn $x(t) = (x_1(t) \ x_2(t) \dots x_n(t))^T$ - systemets tillstånd.
- $x(t)$ innehåller den information som behövs för att räkna ut framtida $y(t)$, givet framtida $u(t)$, dvs. lagrar information om tidigare u .

Lösningsformel:

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t)$$

e^{At} = Exponentialmatris. Generalisering av "vanlig" exponentialfunktion.

Styrbarhet

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

Styrbarhet: kan styra från $x = 0$ till alla tillstånd x^* mha. $u(t)$ (på ändlig tid) om *styrbarhetsmatrisen*

$$S = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B]$$

har full rang $\Rightarrow$ $\boxed{\det(S) \neq 0}$

De styrbara tillstånden ligger i kolonnrummet till S

Observerbarhet

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

- *Observerbarhet*: ett tillstånd x^* är icke-observerbart om $y(t) = 0 \forall t$ då $x(0) = x^*$ och $u = 0$.

Icke-observerbart undertrum ges av nollrummet till *observerbarhetsmatrisen*

$$O = \begin{pmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{pmatrix}$$

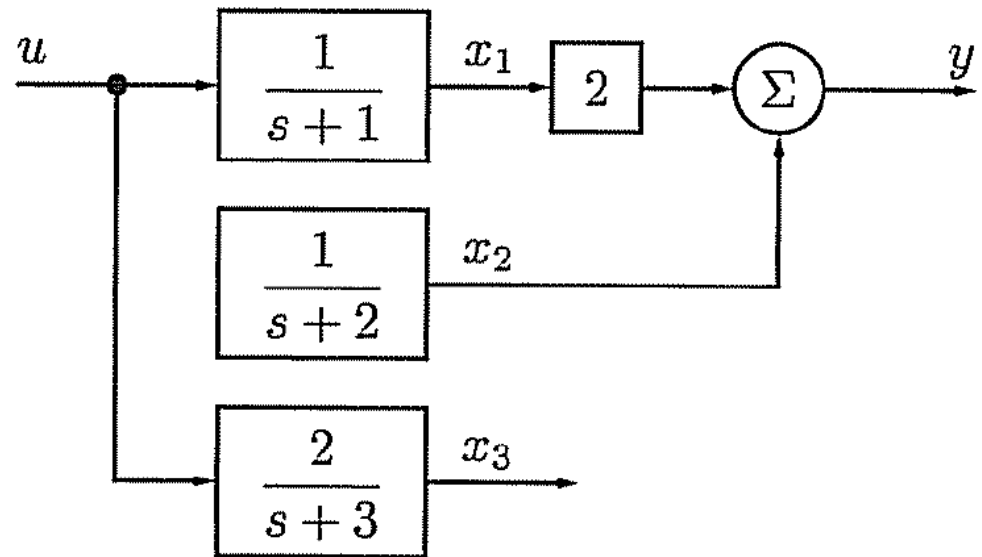
Alla tillstånd observerbara om $\det(O) \neq 0$.

Exempel från Fö. 8

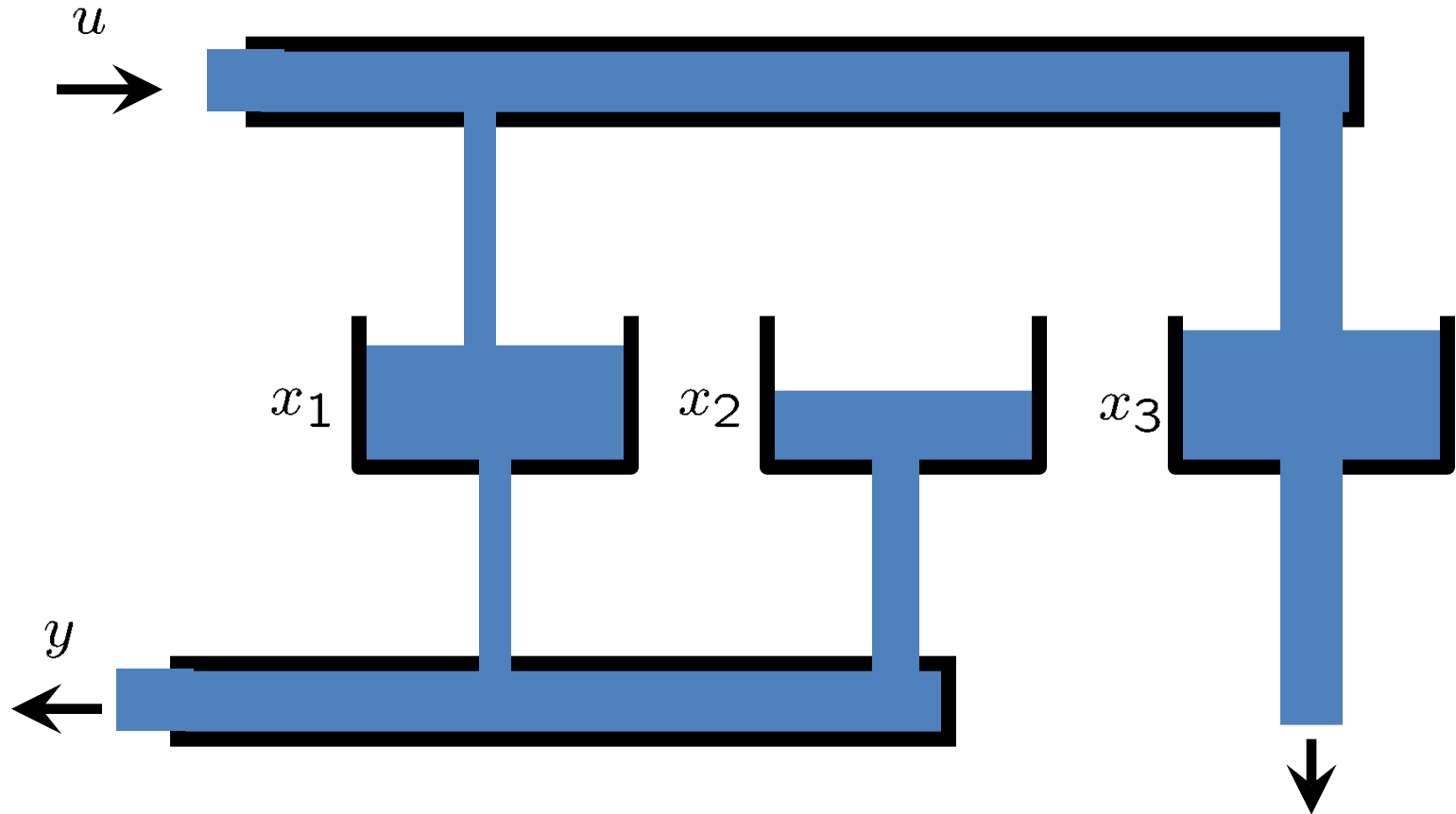
$$\begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

x_2 icke styrbar

x_3 icke observerbar



Exempel illustrerat med vattentankar



Endast x_1 syns i överföringsfunktionen från u till y !

x_2 påverkas ej av u

x_3 syns ej i y

Minimala tillståndsmodeller

- Förkortningar av poler och nollställen i $G(s)$ beror på icke-observerbara eller icke-styrbara tillstånd.
- Minimala tillståndsmodeller: Alla tillstånd styrbara och observerbara
 - $\det(S) \neq 0$ och $\det(O) \neq 0$
- $G(s)$ ger en **yttre** beskrivning av systemet
- Tillståndsmodellen ger en **inre** beskrivning av systemet

Dagens program

1. Återkoppling från systemets samtliga tillstånd $x(t)$
→ *tillståndsåterkoppling*
2. Skattning av tillstånd $\hat{x}(t)$ från mätning av utsignalen $y(t)$
→ *observatör*

Var ska polerna placeras?

- Valet av poler styrs av:
 - önskat snabbhet och dämpning
 - begränsningar i styrsignalen
 - evt andra specifikationer, t.ex. robusthet och känslighet
- Allmänt råd: välj poler som ger bra avvägning snabbhet och dämpning $\Rightarrow \operatorname{Im}(s) \leq \operatorname{Re}(s)$

