



EL1000/1120/1110 Reglerteknik AK

Föreläsning 10:
Regulatorstrukturer

Innehåll

- Tillståndsåterkoppling och observerare (rep.)
- Tillståndsåterkoppling med observerare
- Kaskadregulator
- Framkoppling
- Smith-prediktorn
- IMC

Tillståndsmodeller

Tillståndsbeskrivning

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t)\end{aligned}$$

där $x \in \mathbf{R}^n$, $u \in \mathbf{R}^m$, $y \in \mathbf{R}^p$ och oftast $m = p = 1$ i denna kursen.

- Vektorn $x(t) = (x_1(t) \ x_2(t) \dots x_n(t))^T$ - systemets tillstånd.
- $x(t)$ innehåller den information som behövs för att räkna ut framtida $y(t)$, givet framtida $u(t)$, dvs. lagrar information om tidigare u .

Lösningsformel:

$$y(t) = Ce^{At}x(0) + \int_0^t Ce^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau + Du(t)$$

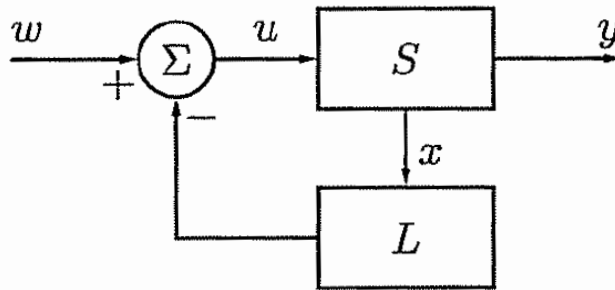
e^{At} = Exponentialmatris. Generalisering av "vanlig" exponentialfunktion.

Tillståndåterkoppling

- Antag att vi kan mäta alla tillstånd x . Återkoppla med allt vi kan mäta!

$$u(t) = -Lx(t) + l_0 \dot{r}(t)$$

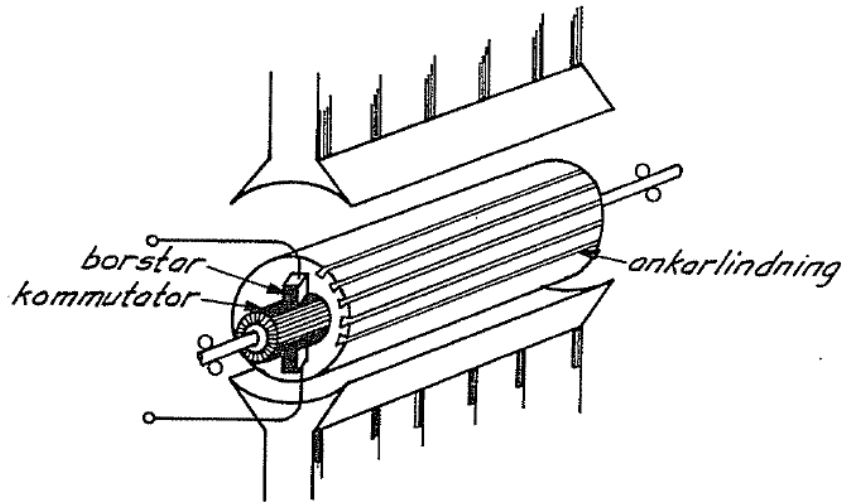
$$L = (l_1 \quad \dots \quad l_n)$$



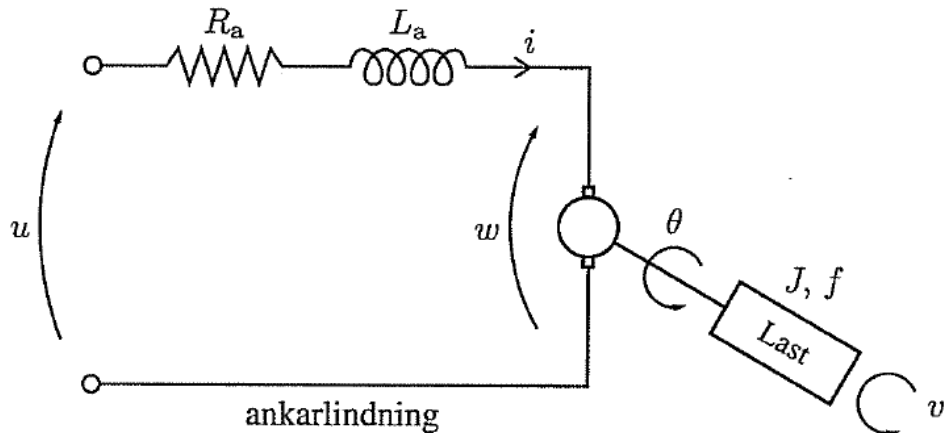
- Slutna systemets poler ges av $\det(sI - A + BL) = 0$
 - n ekvationer och n obekanta (L)
 - Lösbart ekvationssystem om S styrbart
 - Polerna (egenvärdena) kan läggas var du vill!

$$G_c(s) = C(sI - A + BL)^{-1} B l_0$$

DC motor (G&L Ex. 9.5)



Figur 2.2: Uppbyggnad av likströmsmotor.



Figur 2.3: Principskiss av likströmsmotor.

- Vi vill styra motoraxelns vinkel $\theta(t)$ genom att variera spänningen $u(t)$
- Antag att vi kan mäta vinkeln $\theta(t)$ och vinkelhastigheten $\theta'(t)$ (vi har en tachometer)

DC motor (G&L Ex. 9.5)

$x_1 = y =$ motoraxelns vinkel

$x_2 = \dot{y} =$ motoraxelns vinkelhastighet

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$
$$y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x$$

Tillståndsåterkoppling: $u = -(l_1 \quad l_2) x + l_0 \cdot r$

Välj var polerna ska ligga: $-3 \pm 3i$.

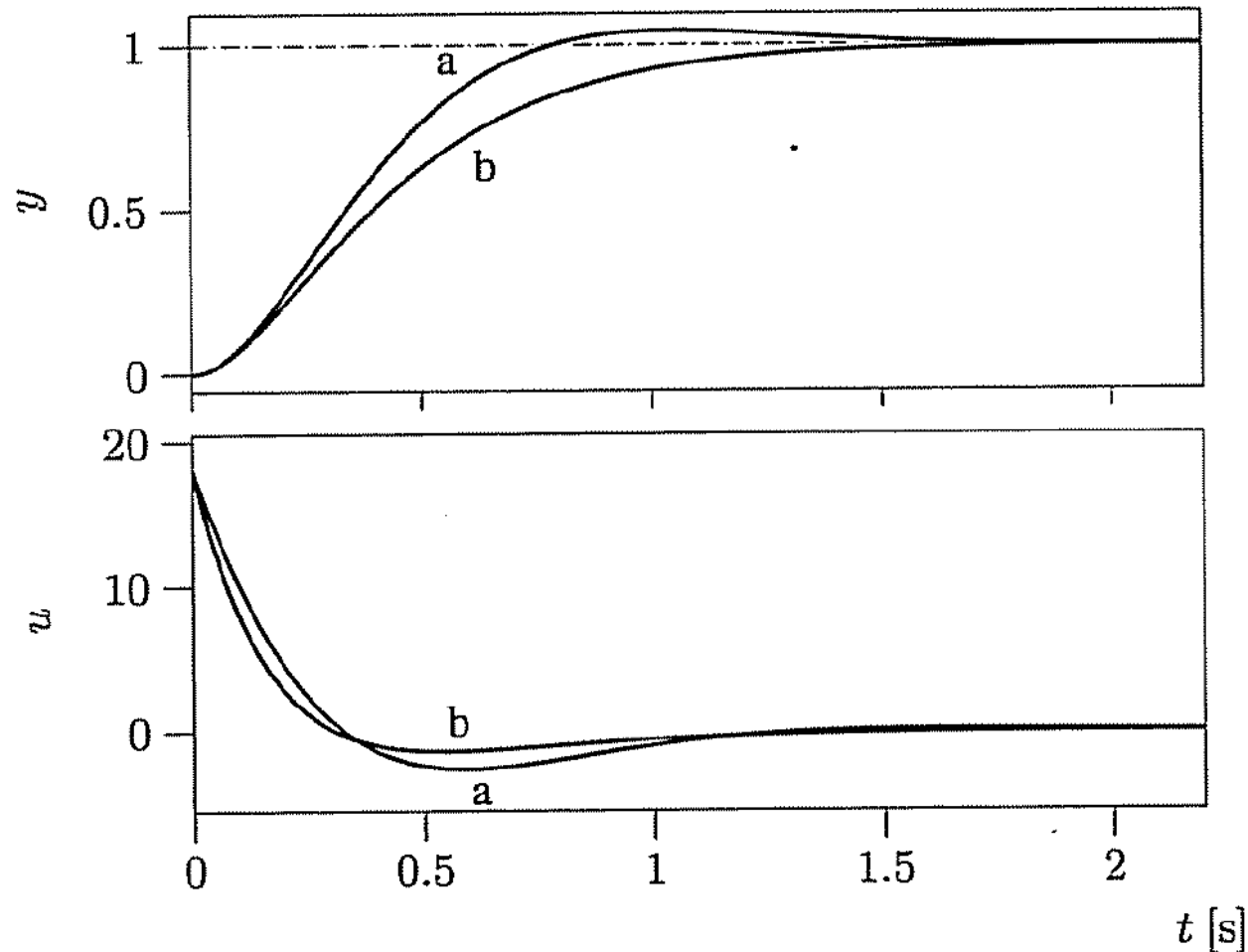
$$\Rightarrow (s + 3 - 3i)(s + 3 + 3i) = s^2 + \boxed{6s} + \boxed{18} = 0$$

$$\text{Jämför med } \det(A - BL) = 0 \Rightarrow s^2 + \boxed{(1 + l_2)s} + \boxed{l_1} = 0$$



$$\boxed{l_1 = 18, \quad l_2 = 5}$$

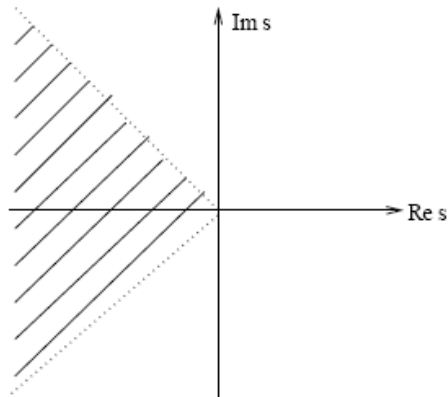
DC motor (G&L Ex. 9.5)



Figur 9.4: Utsignal y och insignal u för det slutna systemet då polerna placeras $i -3 \pm 3i$ (a) respektive $i -\sqrt{18}$ (b).

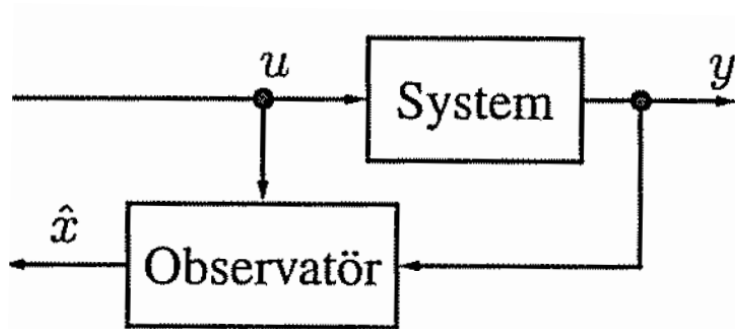
Var ska polerna placeras?

- Valet av poler styrs av:
 - önskat snabbhet och dämpning
 - begränsningar i styrsignalen
 - evt andra specifikationer, t.ex. robusthet och känslighet
- Allmänt råd: välj poler som ger bra avvägning snabbhet och dämpning $\Rightarrow \text{Im}(s) \leq \text{Re}(s)$



Observerare

- Vad göra om x inte kan mätas? Konstruera en observatör



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

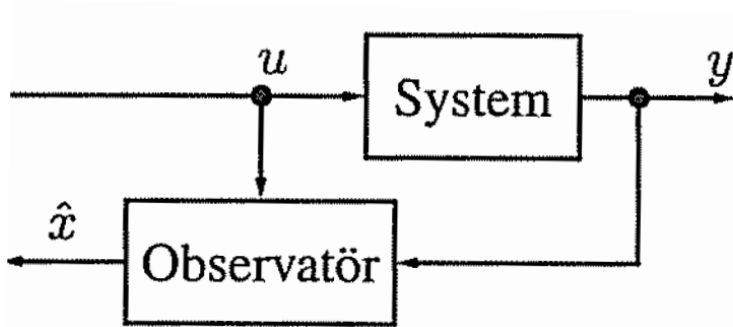
$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

$$\tilde{x}(t) = e^{(A-KC)t}\tilde{x}(0) \quad (\tilde{x}(0) = \text{initialt skattningsfel})$$

- Skattningsfelsdynamik styrs av $\det(sI - A + KC) = 0$
 - n ekvationer och n obekanta (K)
 - Lösbart ekvationssystem om system *observerbart*
 - Eigenvärdena kan läggas var du vill!

Observerare



$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$$

$$\tilde{x} = x - \hat{x}$$

$$\dot{\tilde{x}} = (A - KC)\tilde{x}$$

$$K = \begin{pmatrix} k_1 \\ \vdots \\ k_n \end{pmatrix}$$

- Var ska egenvärdena till $A-KC$ placeras?
 - Kompromiss mellan konvergenshastighet och störningskänslighet av skattningen
 - Snabba egenvärden $A-KC \Rightarrow$ skattning konvergerar snabbt
 - Snabba egenvärden $A-KC \Rightarrow$ skattning känslig för mätbrus (se G&L Ex. 9.8)

Innehåll

- Tillståndsåterkoppling och observerare (rep.)
- Tillståndsåterkoppling med observerare
- Kaskadregulator
- Framkoppling
- Smith-prediktorn

(IMC-avsnittet utgår)