REGLERTEKNIK, KTH

REGLERTEKNIK AK

EL1000, EL1110 och EL1120

Tentamen 2009–06–10, kl 14.00–19.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik), räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng. Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg A: ≥ 43, betyg B: ≥ 38, betyg C: ≥ 33,
betyg D: ≥ 28, betyg E: ≥ 23,
betyg FX: ≥ 21(möjlighet till komplettering)

Ansvarig: Bo Wahlberg 790 7242

Resultat: Anslås senast 2009-07-01.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!

1. (a) Då man applicerar insignalen

$$u(t) = \sin(2t)$$

på ett första ordningens system får man utsignalen

$$y(t) = 2\sin(2t - \pi/4)$$

Bestäm motsvarande systems *pol* och *statisk förstärkning*. (2p)

(b) Konstruera en P-regulator för systemet

$$G(s) = \frac{10}{s(1+10s)^2}$$

så att amplitudmarginalen blir 2 ggr. (3p)

(c) Studera följande system

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) + 12x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t) \\ y(t) &= x_2(t) \end{aligned}$$

Bestäm en tillståndsåterkoppling

$$u(t) = -l_1 x_1(t) - l_2 x_2(t) + r(t)$$

så att det återkopplade systemets poler hamnar i $-2 \pm 4i$. (3p)

(d) Studera det olinjära systemet

$$\dot{y}(t) = -y(t)u(t) + 1$$

med insignal $u(t)$ och utsignal $y(t)$. Linjärisera systemet runt stationära punkten $(u_0, y_0) = (1, 1)$. (2p)

2. Givet systemet

$$G(s) = \frac{s+2}{(s+1)^2}$$

(a) Antag att systemet återkopplas med en P-regulator med förstärkning K, $0 \leq K < \infty$. Rita rotort och ange för vilka värden på K som det återkopplade systemet är stabilt. Markera också i rotorten det val av poler som ger snabbast möjliga stegsvar utan svängningar. (4p)

(b) Antag att man istället använder en PI-regulator

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

Rita rotorten med avseende på K_I, $0 \leq K_I < \infty$, då $K_P = 4$. (4p)

(c) Vilka kvalitativa skillnader finns det mellan stegsvaren för de återkopplade systemen i uppgift a) och b)? (2p)

3. Processer hämtade från kemisk industri kan ofta förenklat beskrivas av ett första ordningens system med tidsfördröjning. Ett exempel på ett sådant system är

$$G(s) = \frac{2}{s+1}e^{-0.25s}$$

Man börjar med att reglera systemet med en P-regulator med $K = 1/\sqrt{2}$. Fasmarginalen för detta fall är acceptabel men systemet blir för långsamt.

För att upprätthålla produktkvalitén kräver man att utsignalens värde stationärt inte avviker mer än 5% procent från det konstanta börvärdet.

Bestäm en regulator $F(s)$ så att skärfrekvensen fördubblas jämfört med P-regleringen ovan, samt att de stationära kraven uppfylls. Systemet skall ha samma fasmarginal som vid den rena P-regleringen. (10p)

4. En PI regulator ges normalt av

$$u(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

En alternativ regulatorstruktur, som ibland kallas IP-regulatorn, är

$$u(t) = -\bar{K}_p y(t) + \bar{K}_I \int_0^t e(\tau) d\tau$$

dvs man tar enbart med referenssignalen $r(t)$ i I-delen. Observera att

$$e(t) = r(t) - y(t)$$

Antag att man vill reglera systemet

$$G(s) = \frac{1}{s+1}$$

och använder $K_p = \bar{K}_p = 10$ och $K_I = \bar{K}_I = 21/4$.

Ledning: $s^2 + 11s + 21/4 = (s + 1/2)(s + 21/2)$

(a) Bestäm känslighetsfunktionen för de två fallen. Avgör, genom att uppskatta motsvarande amplitudkurvor t.ex. med hjälp av ett approximativt Bodediagram, hur störningsundertryckning påverkas av val av regulatorstruktur enligt ovan. (5p)

(b) Bestäm motsvarande överföringsfunktioner från referensignal $r(t)$ till styrsignal $u(t)$, dvs $G_{ru}(s)$. Uppskatta $|G_{ru}(i\omega)|$ för de två fallen och avgör hur styrsignalens storlek påverkas av val av regulatorstruktur enligt ovan. (5p)

5. (a) Antag att $G^0(s) = G(s)[1 + \Delta G(s)]$. Det normala robusthetskriteriet, som bygger på det vanliga Nyquistkriteriet, säger att under vissa stabilitetskrav på det nominella systemet och om

$$|T(i\omega)| < \frac{1}{|\Delta G(i\omega)|}, \quad \forall \omega,$$

så är det verkliga slutna systemet stabilt, där $T(s)$ är den komplementära känslighetsfunktionen.

Det inversa förenklade Nyquistkriteriet lyder: Antag att $G_0(s)$ saknar nollställen i höger halvplan. Det slutna systemet

$$G_c(s) = \frac{G_0(s)}{1 + G_0(s)} = \frac{1}{1 + 1/G_0(s)}$$

är då stabilt om Nyquistkurvan till

$$H_0(s) = \frac{1}{G_0(s)}$$

inte omsluter punkten -1.

En alternativ osäkerhetsbeskrivning är

$$G^0(s) = G(s)[1 + \Delta_I G(s)]^{-1}.$$

Visa att robusthetskravet för att det verkliga slutna systemet är stabilt för denna felmodell modifieras till

$$|S(i\omega)| < \frac{1}{|\Delta_I G(i\omega)|}, \quad \forall \omega$$

där $S(s)$ är känslighetsfunktionen, om man istället genomför härledningen av robusthetskriteriet med hälp av det inversa Nyquistkriteriet och den alternativa osäkerhetsbeskrivningen. (7p)

(b) Antag att vi har följande relation

$$G^0(s) = G(s)\,\frac{s + a}{s + a/M}, \qquad M > 1, \quad a > 0.$$

Detta motsvar ett fel med en faktor M för låga frekvenser, men inget fel för höga frekvenser. Antag att M är mycket större än ett. Skissa de approximativa amplitudkurvorna för

$$\frac{1}{\Delta G(s)} \qquad \text{och} \qquad \frac{1}{\Delta_I G(s)}$$

i ett Bodediagram. Avgör från dessa vilket robusthetskriterium som verkar mest lämpligt vid modellfel för låga frekvenser. (3p)