REGLERTEKNIK
KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2009–12–15, kl. 14.00–19.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande) räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Henrik Sandberg, 070-366 5012

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) 2010-01-11

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!

---

1. (a) Ett system beskrivs av differentialekvationen

$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + y(t) = u(t), \tag{1}$$

där $u(t)$ är insignal och $y(t)$ utsignal. Bestäm:

(i) Överföringsfunktionen från insignal till utsignal. (1p)

(ii) En godtycklig tillståndsmodell av (1). (2p)

(b) Systemet (1) ska regleras med en P-regulator, $u(t) = K_P(r(t) - y(t))$, där $r(t)$ är en referenssignal. För vilka K_P är det slutna systemet stabilt?

(2p)

(c) När systemet utsätts för en periodisk störning $v(t) = \sin t$ kan det modelleras som

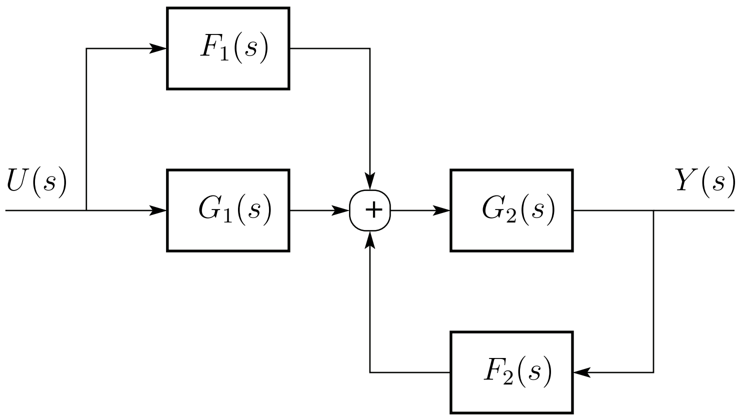
$$\ddot{y}(t) + 4\dot{y}(t) + y(t) = u(t) + v(t).$$

Hur beror amplituden av utsignalen $y(t)$ när transienten klingat av på K_P, då återkopplingen $u(t) = -K_P y(t)$ används?

(3p)

(d) Beräkna överföringsfunktionen från $U(s)$ till $Y(s)$ för systemet i Figur 1.

(2p)



Figur 1: Blockdiagram för Uppgift 1 (d).

2. (a) I denna deluppgift ska vi studera de sex överföringsfunktionerna

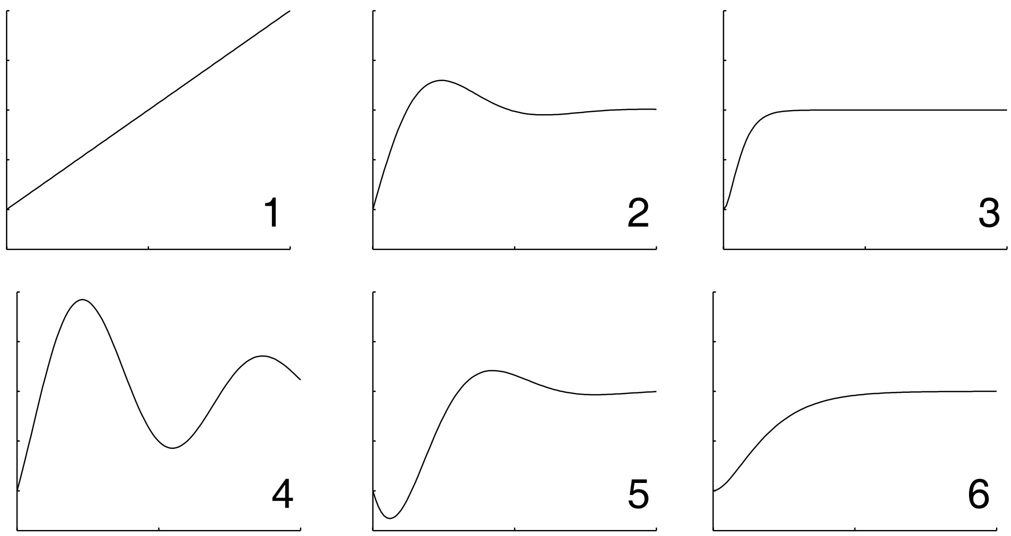
$$G_A(s) = \frac{s+1}{s^2+s+1}, \qquad G_B(s) = \frac{1-s}{s^2+s+1}, \qquad G_C(s) = \frac{s+1}{s^2+0.3s+1}$$

$$G_D(s) = \frac{1}{5s}, \qquad G_E(s) = \frac{1}{s^2+2s+1}, \qquad G_F(s) = \frac{9}{s^2+6s+9}$$

Nedan i Figur 2 följer sex stegsvar för överföringsfunktionerna ovan. Para ihop rätt stegsvar och överföringsfunktion. Skalorna på både x-axlarna (tid) och y-axlarna (utsignal) är lika för alla figurerna.

Motivera noga! (Ej fullständig motivering räknas som felaktigt svar.)

(6p)



Figur 2: Stegsvar 1 – 6.

(b) Skriv den olinjära modellen

$$\ddot{x}(t) + 3\dot{x}(t) + 2\sin x(t) = u(t)$$

på tillståndsform och linjärisera den kring en stationär punkt som ges av insignalen $u_0(t) = 0$. Välj tillstånden som $x_1(t) = x(t)$ och $x_2(t) = \dot{x}(t)$ och utsignalen som $y(t) = x(t)$.

(4p)

3. Nyquistdiagrammet för ett (stabilt) system med överföringsfunktion $G(s)$ är återgivet i Figur 3 (se nästa sida), och data för punkterna $A - F$ är givna i Tabell 1. Konstruera en kompenseringslänk $F(s)$ för systemet $G(s)$, som uppfyller:

(a) Kompenseringslänken ska ge en fasmarginal $\varphi_m = 50$ grader vid den önskade skärfrekvensen $\omega_c = 2$ rad/s för $F(s)G(s)$.

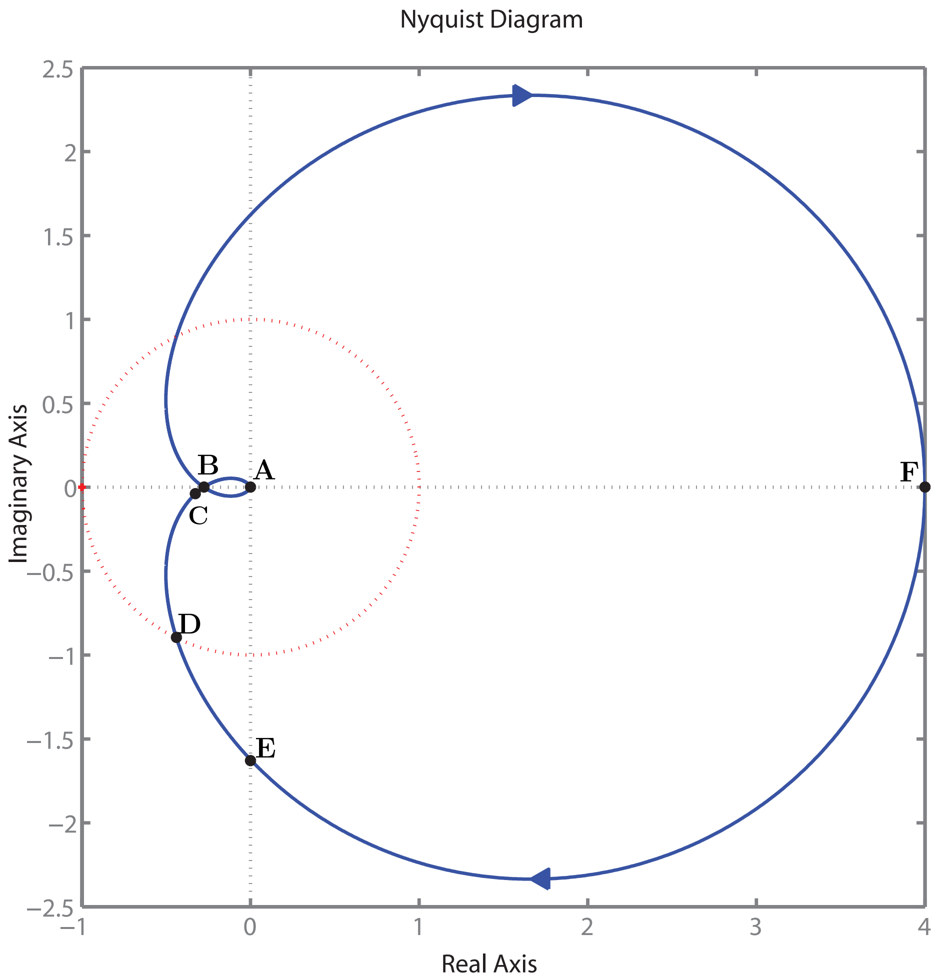
(5p)

(b) Kompenseringslänken ska också minska det slutna systemets statiska reglerfel till 1% av det okompenserade slutna systemets statiska reglerfel, då referensignalen är ett enhetssteg. Samtidigt får inte fasmarginalen sänkas med mer än 6 grader jämfört med (a).

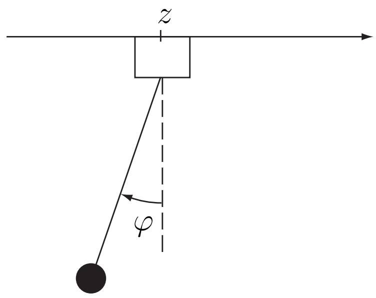
(5p)

Tabell 1: Data för punkterna A – F i Figur 3

Punkt	Re $G(i\omega)$	Im $G(i\omega)$	ω
A	0	0	∞
B	-0.277	0	2.18
C	-0.328	-0.041	2
D	-0.439	-0.898	0.921
E	0	-1.625	0.554
F	4	0	0



Figur 3: Nyquistdiagram för $G(s)$ i Uppgift 3.



Figur 4: En kran med en vajer som hänger från en rörlig vagn.

4. Betrakta kranen i Figur 4. En vagn rör sig längs en balk och från vagnen hänger en vajer med en last i änden. Vi kan låta systemets tillstånd vara $x_1 = \varphi,\ x_2 = \dot{\varphi}$. Vagnens position längs balken är z och som styrsignal använder vi vagnens acceleration, $u = \ddot{z}$. Systemet kan skrivas på tillståndsform:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -4 & -1 \end{bmatrix}}_{A} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{B} u$$
$$y = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}}_{C} x.$$

(a) Beräkna en tillståndsåterkoppling $u = -Lx + r$ så att det slutna systemet får en dubbelpol i -5.

(3p)

(b) För att testa det slutna systemet gör man ofta ett stegsvarsexperiment. Men vilka praktiska problem skulle det innebära i fallet med kranen?

(1p)

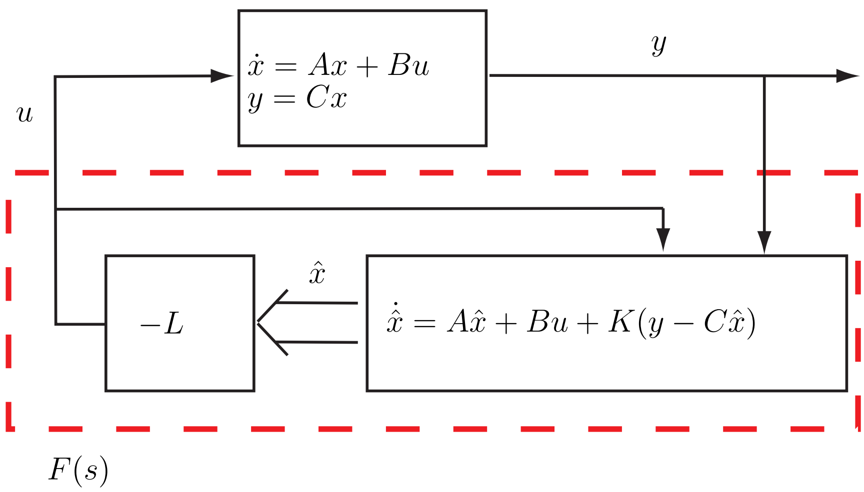
(c) Tyvärr kan vi inte mäta alla tillstånd, utan bara utsignalen y, så vi använder en observerare:

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + \begin{bmatrix} 9 \\ 12 \end{bmatrix} (y - C\hat{x}).$$

Som Figur 5 (nästa sida) visar, bildar observerare och tillståndsåterkoppling tillsammans ett system med en insignal och en utsignal. Beräkna överföringsfunktionen $F(s)$ för detta system. Anta att vi använder återkopplingen $u = -L\hat{x} + r$, med $L = (5\ \ 5)$ och $r = 0$. (Till skillnad från del (a) ger det en dubbelpol i -3 för slutna systemet.)

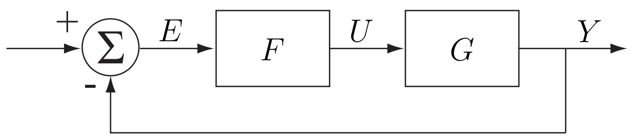
(4p)

(d) Om lasten svänger så bromsas den svagt av luftmotstånd och friktion i vajern, vilket ingår i modellen. Hur skulle man ändra matrisen A för att få det (orealistiska) fallet utan friktion och luftmotstånd? (2p)



Figur 5: Tillståndsåterkopplingen och observeraren utgör ett eget system $F(s)$.

5. Det stabila systemet $Y(s) = G(s)U(s)$ ska regleras genom återkoppling från reglerfelet $E(s)$ enligt Figur 6. Bodediagrammet för överföringsfunktionen $G(s)$ visas i Figur 7 (nästa sida).



Figur 6: Blockdiagram för Uppgift 5

(a) Antag att en P-regulator, $F(s) = K$, används. Hur stor kan regulatorns förstärkning K vara om det slutna systemet ska vara stabilt?

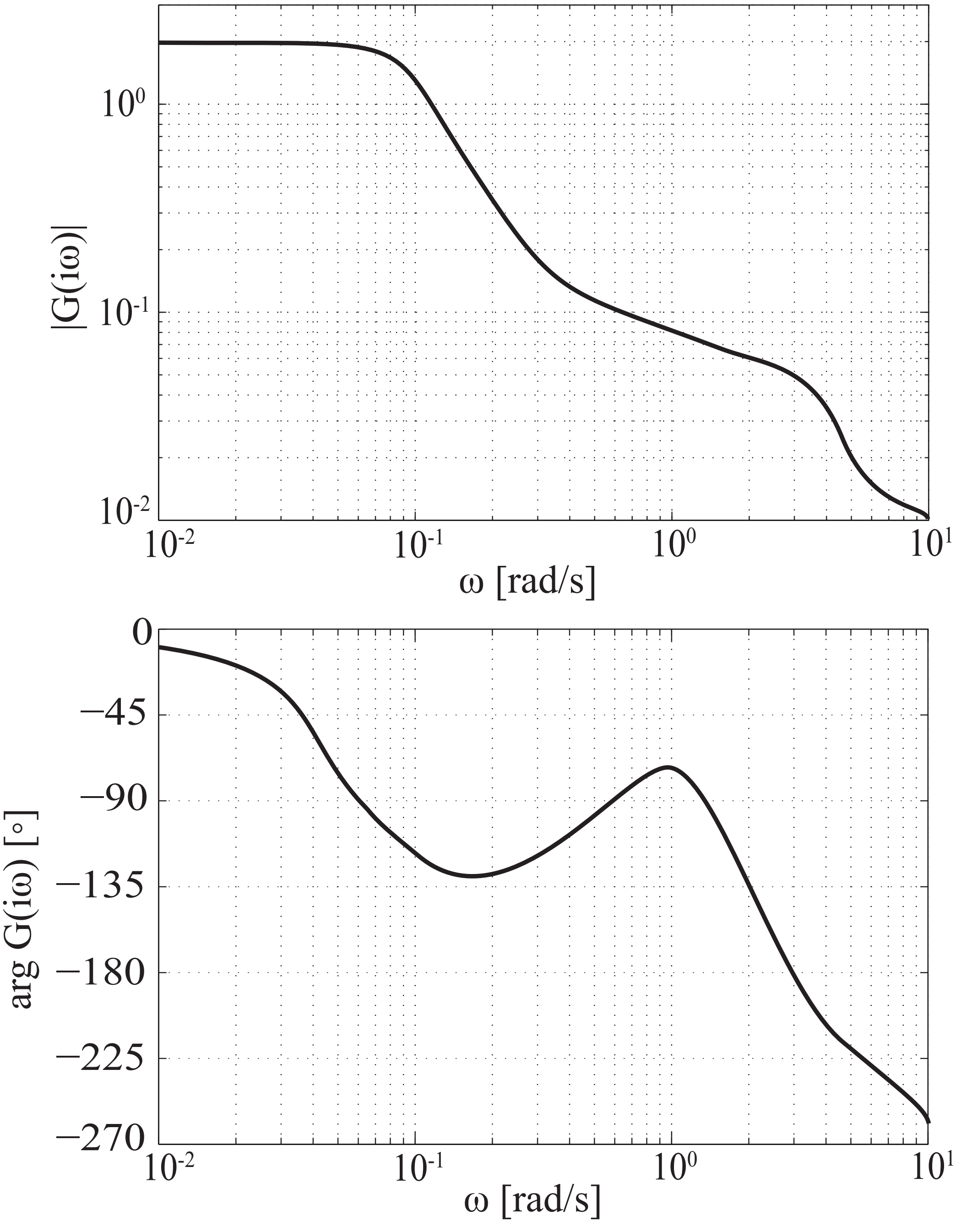
(2p)

(b) Hur stor är den maximala skärfrekvensen man kan få med en P-regulator om fasmarginalen ska vara minst 45 grader? Vad motsvarar detta för ungefärlig bandbredd för det slutna systemet?

(3p)

(c) För att eliminera stationära fel används istället en I-regulator, $F(s) = \frac{K}{s}, K > 0$. För vilka K blir det slutna systemet stabilt?

(5p)



Figur 7: Bodediagram för Uppgift 5.