REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2010–06–09, kl. 14.00–19.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande) räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2010-06-30.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!

---

1. Betrakta ett system med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{4s}{s^2 + 2s + 4}.$$

(a) Beräkna systemets poler och nollställen.

(2p)

(b) Skriv systemet på styrbar kanonisk tillståndsform.

(2p)

(c) Låt oss kalla systemets insignal $u(t)$ och dess utsignal $y(t)$. Vilken differentialekvation uppfyller då $y(t)$ och $u(t)$?

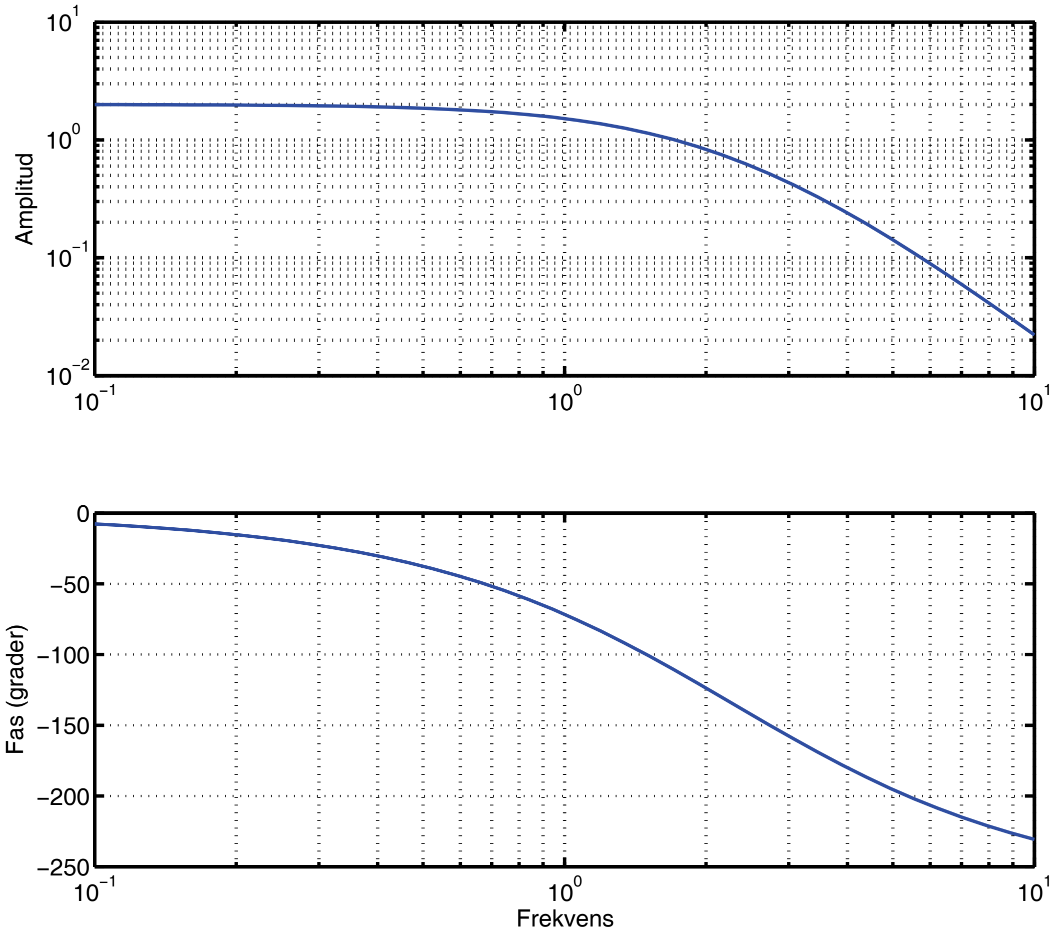
(2p)

(d) Skissa systemets rampsvar, det vill säga skissa $y(t)$ då $u(t) = t$, $t > 0$, och $y(0) = \dot{y}(0) = 0$.

(2p)

(e) Antag att systemet återkopplas med $u(t) = -Ky(t)$, där K är en konstant (ej nödvändigtvis positiv). För vilka K är det återkopplade systemet då stabilt?

(2p)



Figur 1: Bodediagram av $G(s)$ från uppgift 2.

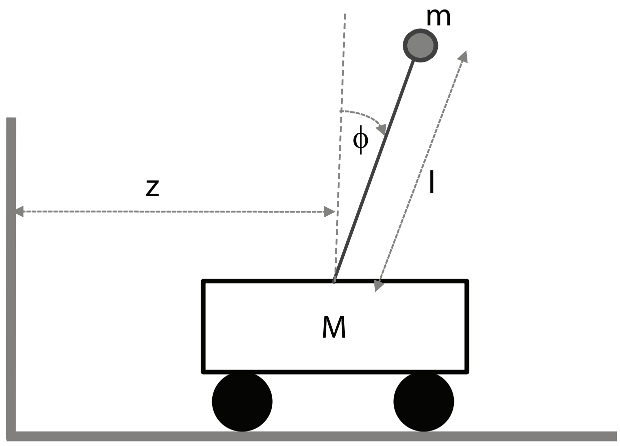
2. Vi kommer att studera återkopplad reglering av ett system med den öppna överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{24}{(s+2)^2(s+3)}.$$

Systemets Bodediagram visas i figur 1.

(a) Vilken är den högsta möjliga skärfrekvensen som kan uppnås med en P-regulator om fasmarginalen ska vara minst 60°? (2p)

(b) Konstruera en fasavancerande och fasretarderande kompenseringslänk som dubblar skärfrekvensen från (a) och samtidigt inte minskar fasmarginalen. Det resulterande slutna systemet får inte ha ett statiskt fel vid steg i referenssignalen. *För att undvika en för stor förstärkning vid höga frekvenser, använd två fasavancerande länkar.* (8p)



Figur 2: Inverterad pendel på en vagn.

3. En inverterad pendel är monterad på en vagn, se figur 2. Vi ska i denna uppgift studera hur pendeln kan balanseras i upprätt läge genom att röra vagnen fram och tillbaka. En modell för pendeln ges av

$$\ddot{z}\cos\phi + \ddot{\phi}l = g\sin\phi, \tag{1}$$

där g och l är konstanter. Låt mätsignalen vara pendelns vinkel $y = \phi$, och styrsignalen vara vagnens acceleration $u = \ddot{z}$.

(a) Linjärisera modellen (1) kring $\phi = 0$ och skriv systemet på tillståndsform

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx, \end{aligned}$$

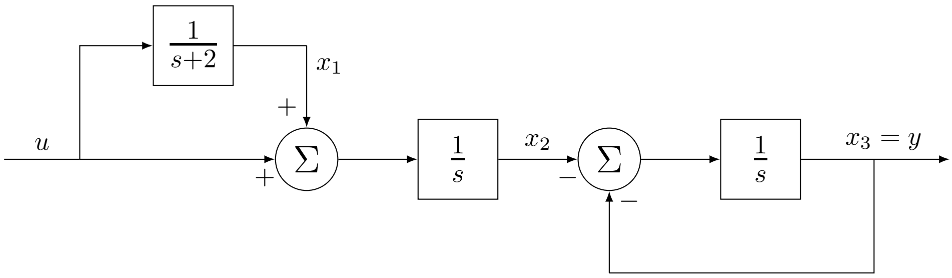
genom att införa en lämplig tillståndsvektor x. (3p)

(b) För speciella val av g, l och x blir pendelmodellen

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 10 & 0 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix} x. \end{aligned}$$

Beräkna först systemets poler och designa sedan en PD-regulator som flyttar den instabila polen så att den hamnar i samma position som den stabila polen. (5p)

(c) Antag att ett gyroskop används för att mäta vinkeln $\phi(t)$. Om gyroskopet har en konstant okänd drift d så ges mätsignalen $y(t)$ av $y(t) = \phi(t) + d \cdot t$. Hur påverkas det slutna systemet då PD-regulatorn i uppgift (b) används? Föreslå också en eventuell förbättring av regulatorn. (2p)



Figur 3: Systemet i uppgift 4.

4. I en vattenreningsanläggning adderas klorin för att desinfektera dricksvatten. Klorinkoncentrationen x_1 styrs genom att ändra flödet av natriumhypoklorit u till vattnet. Överföringsfunktionen från u till x_1 ges av

$$X_1(s) = \frac{1}{s+2}U(s).$$

Den önskade styrlagen ges av

$$u(t) = -Kx_1(t) + mr(t), \tag{2}$$

där $K > 0$ och $m > 0$ är konstanter, och r är referenssignal. Två biprodukter med koncentrationerna x_2 och x_3 bildas i processen och det är x_3 som kan mätas. I figur 3 visas hela systemet.

(a) Introducera tillståndsvektorn $x = [x_1 \; x_2 \; x_3]^T$ och skriv systemet i figur 3 på tillståndsform.

(3p)

(b) Är tillståndsformen i uppgift (a) minimal?

(2p)

(c) Eftersom det är svårt att mäta klorinkoncentrationen x_1 direkt ändras styrlagen till

$$u(t) = -K\hat{x}_1(t) + mr(t), \tag{3}$$

där $\hat{x}_1$ är en skattning av x_1 som ges av en observerare för tillståndssystemet i (a) med mätningen y. Visa att styrlagen (3) ger samma överföringsfunktion från r till x_1 som styrlagen (2) skulle ha gjort.

(5p)

Tips: Några blockmatrisinverser

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} & -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{D}^{-1} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}^{-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C} & \mathbf{D} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{-1} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{D}^{-1}\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1} & \mathbf{D}^{-1} \end{bmatrix}$$

5.

(a) I denna deluppgift studerar vi systemet

$$Y(s) = \frac{2}{s+1}U(s) + \frac{5}{s+3}V(s)$$

där y är utsignal, u är styrsignal och v är en störning.

i. Konstruera en framkopplingslänk $F_f(s)$ från v till u som eliminerar störningens inverkan på y.

(1p)

ii. Antag nu det riktiga systemet beskrivs av

$$Y(s) = \frac{2(1-\Delta)}{s+1}U(s) + \frac{5}{s+3}V(s)$$

där Δ är en okänd skalär så att $|\Delta| < 1$. En P-regulator läggs till framkopplingen i så att

$$U(s) = -KY(s) + F_f(s)V(s).$$

Ange ett uttryck för det slutna systemets stationära fel då störningen är ett steg.

(4p)

(b) Ett öppet system $G(s)$ återkopplas negativt med en P-regulator med förstärkning K. Rotorten för det slutna systemet visas i figur 4.

i. Ange systemets poler i öppen loop ($K = 0$) och då förstärkningen går mot oändligheten ($K \to \infty$).

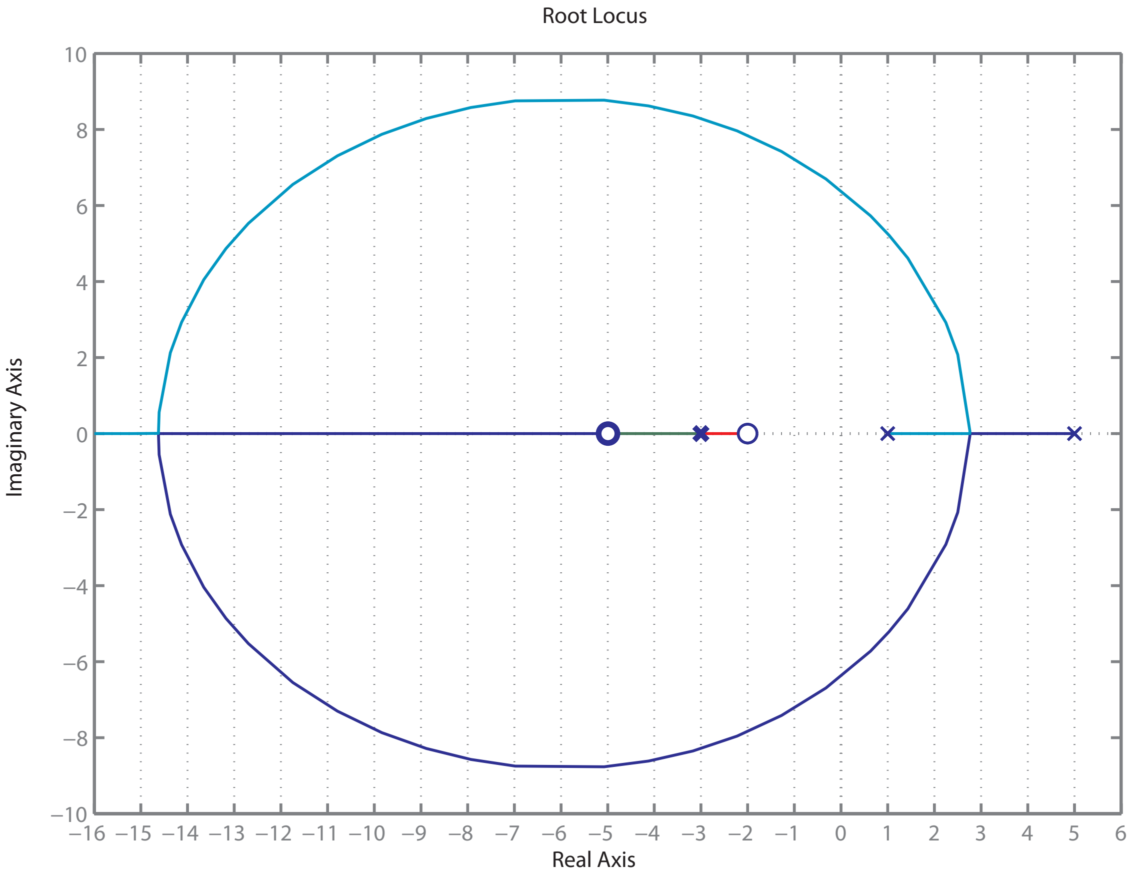
(2p)

ii. Slutna systemets stegsvar för $K = 4$ och $K = 8$ visas i figur 5. Vilket stegsvar motsvarar $K = 4$ och vilket motsvarar $K = 8$?

(2p)

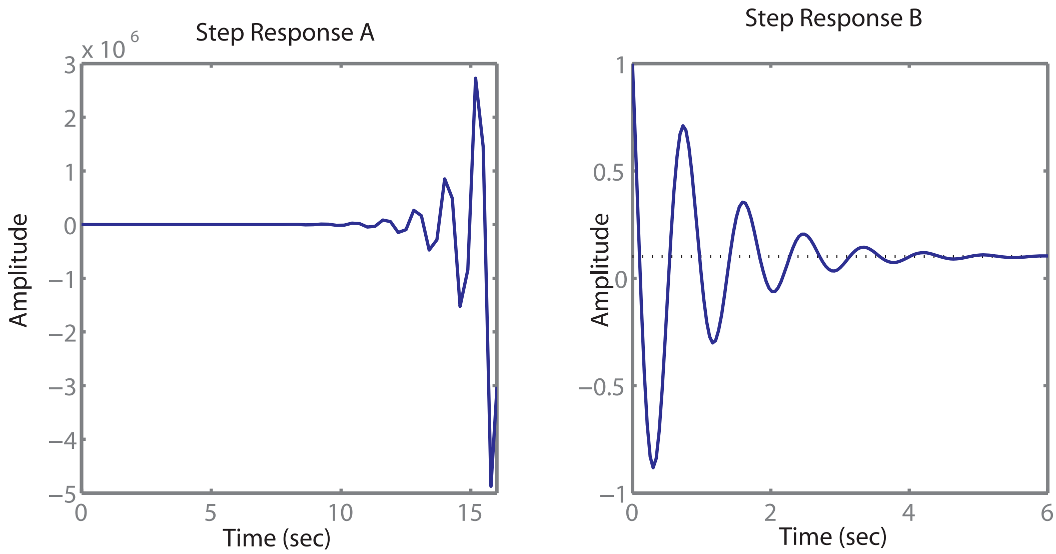
iii. Vilket av Nyquistdiagramen i figur 6 visar $G(s)$?

(1p)

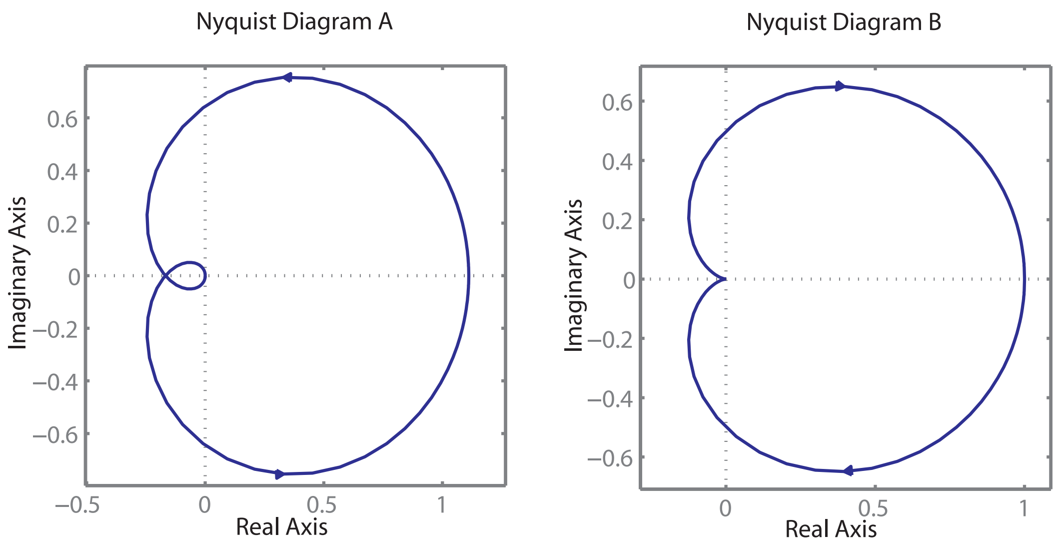


Figur 4: Rotort i uppgift 5(b)

.



Figur 5: Stegsvar A och B



Figur 6: Nyquistdiagram A and B