REGLERTEKNIK

KTH

REGLERTEKNIK AK EL1000/EL1110/EL1120

Tentamen 2010–12–14, kl. 14.00–19.00

Hjälpmedel: Kursboken i Reglerteknik AK (Glad, Ljung: Reglerteknik eller motsvarande) räknetabeller, formelsamlingar och räknedosa.
Observera att övningsmaterial (övningsuppgifter, ex-tentor och lösningar) INTE är tillåtna hjälpmedel.

Observandum: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Skriv endast på en sida per ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av fem uppgifter, som vardera bedöms med 10 poäng.
Poängsättningen för deluppgifter har markerats.

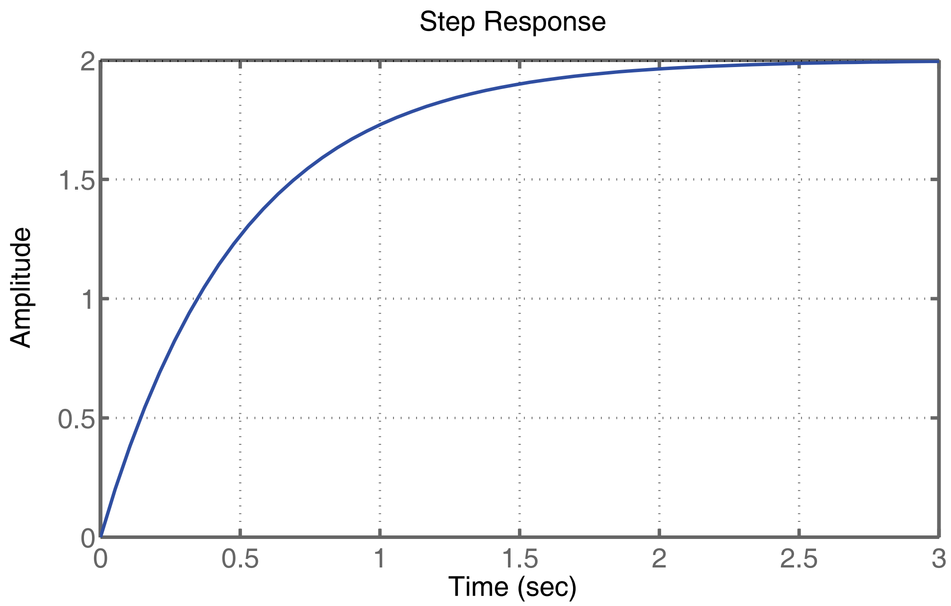
Betygsgränser: betyg Fx: ≥ 21
betyg E: ≥ 23
betyg D: ≥ 28
betyg C: ≥ 33
betyg B: ≥ 38
betyg A: ≥ 43

Ansvarig: Henrik Sandberg, 08-790 7294

Resultat: Finns på Studerande-expeditionen (STEX) senast 2011-01-07.

Utlämning: Tentamen kan hämtas ut vid Studerande-expeditionen, plan 3, Osquldas väg 10.

Lycka till!



Figur 1: Stegsvar för $G(s)$ i uppgift 1.

1. (a) Kring en stationär punkt är en vattentanks överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{K}{sT + 1}, \tag{1}$$

där insignalen är inflödet av vatten och utsignalen är vattennivån. K och T är okända parametrar. I figur 1 visas ett (enhets)stegsvar för vattentanken. Använd stegsvaret för att skatta K och T.

(2p)

(b) Om istället insignalen till (1) ges av $u(t) = \sin \omega t$, hur förväntar du dig att vattennivån varierar efter lång tid? Ange ett matematiskt uttryck i ω, K och T.

(3p)

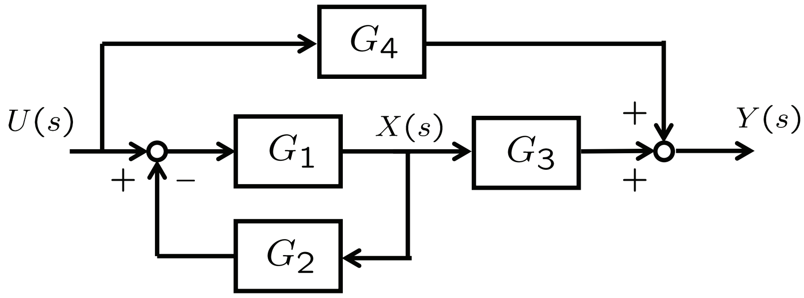
(c) Ett olinjärt system ges av

$$\frac{dx(t)}{dt} = x(t) - x(t)^2 + u(t)$$
$$y(t) = x(t),$$

där $x(t), u(t), y(t)$ är skalärer. Linjärisera systemet kring de stationära punkter som uppkommer då $u(t) = u_0 = 1$, och definiera noggrant införda variabler.

Är det linjäriserade systemet asymptotiskt stabilt kring de olika stationära punkterna?

(5p)



Figur 2: Figuren visar sambandet mellan insignalen $U(s)$ och utsignalen $Y(s)$ genom delsystemen G_1, G_2, G_3, och G_4.

2. Ett system har modellerats genom att dela upp det i flera delsystem enligt figur 2.

   (a) Finn överföringsfunktionerna:

   i. $G_X(s)$, så att $X(s) = G_X(s)U(s)$.

   ii. $G(s)$, så att $Y(s) = G(s)U(s)$.

   (2p)

   (b) Genom att sätta samman överföringsfunktionerna i Figur 2 har man funnit att

   $$Y(s) = G(s)U(s) \quad \text{där} \quad G(s) = \frac{s+2}{s^2}.$$

   Skriv systemet $G(s)$ på en valfri tillståndsform

   $$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t). \end{aligned} \tag{2}$$

   Det vill säga, bestäm matriserna A, B, och C. Är din valda tillståndsform en minimal realisation? (Motivera ditt svar.)

   (3p)

   (c) Bestäm en tillståndsåterkoppling för systemet (2),

   $$u(t) = -Lx(t) + l_0 r(t),$$

   så att slutna systemets poler hamnar i $\{-1, -1\}$ och så att det slutna systemets statiska förstärkning från $r(t)$ till $y(t)$ blir 1.

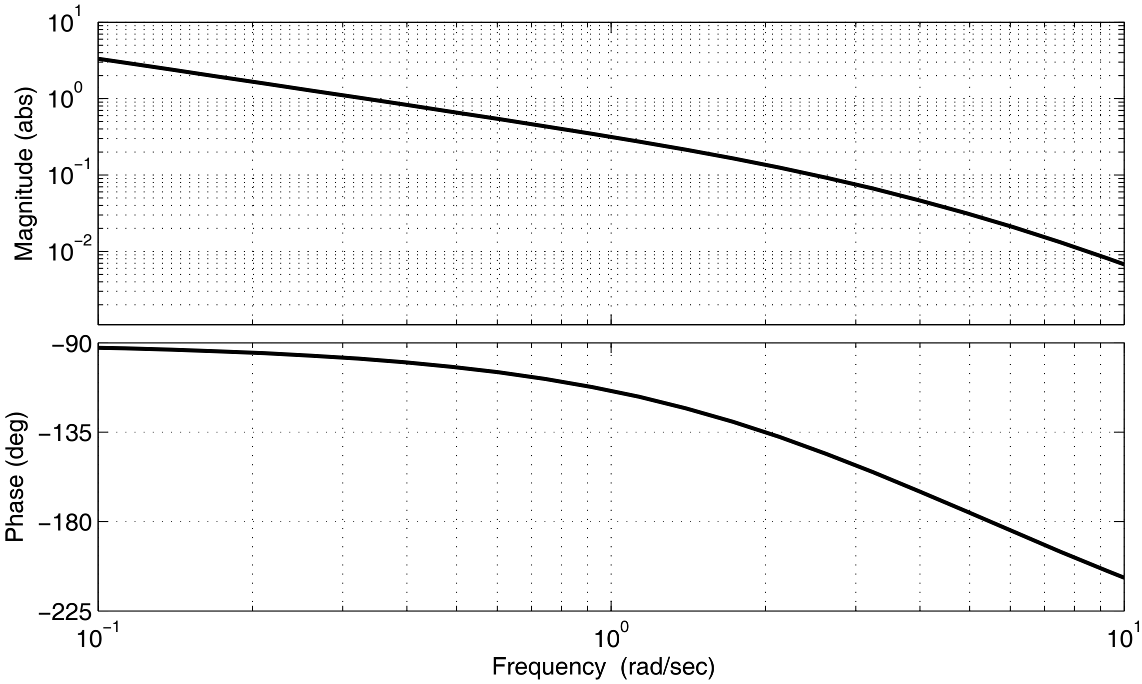
   (Om du inte kunde svara på uppgift 2b, gör själv ett lämpligt val av A och B.)

   (3p)

   (d) Designa en observerare för systemet (2) så att observerarens egenvärden hamnar i $\{-10, -10\}$.

   (Om du inte kunde svara på uppgift 2b, gör själv ett lämpligt val av A och C.)

   (2p)



Figur 3: Bodediagram för systemet $G(s)$ i uppgift 3.

3. En elmotor i en rymdkapsel kan modelleras med överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{k}{s(s+a)(s+b)}, \tag{3}$$

där $k = 10$, $a = 3$, and $b = 10$. Systemets Bodediagram visas i Figur 3.

(a) Om $G(s)$ regleras med en P-regulator $F(s) = K_P$, vilken är den största skärfrekvens som kan uppnås om fasmarginalen minst ska vara 45°?

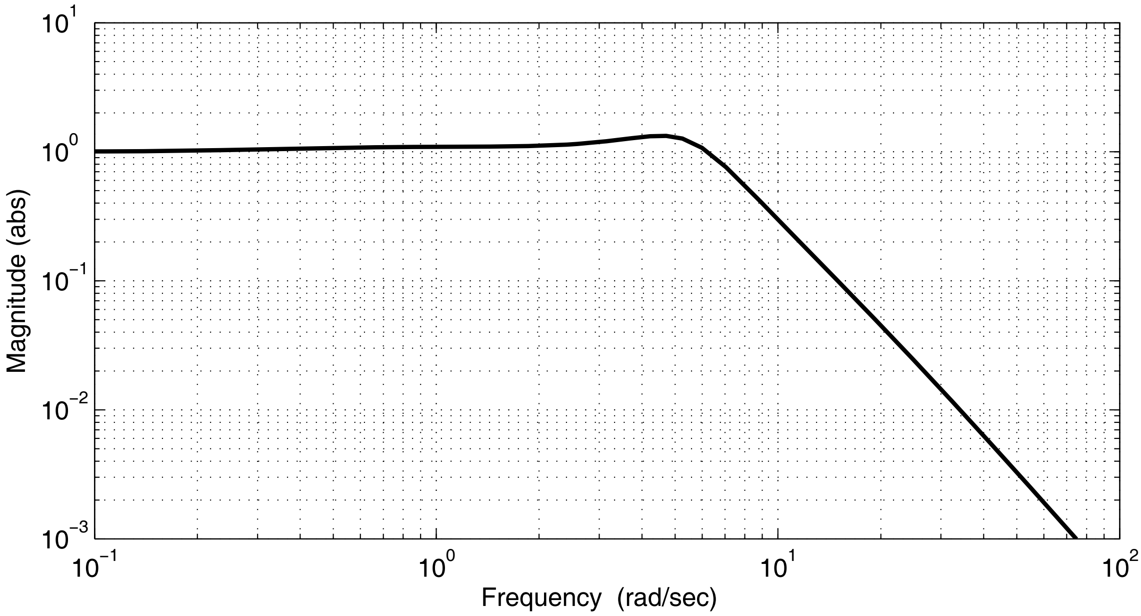
(1p)

(b) Designa en fasavancerande och fasretarderande kompenseringslänk för $G(s)$ så att det slutna systemet blir två gånger snabbare än vad som kunde uppnås i uppgift 3a. Samtidigt ska fasmarginalen vara 45° och det statiska reglerfelet då referenssignalen är en *rampsignal* ($r(t) = t$, $t > 0$) vara noll.

(6p)

(c) Efter flera (och långa) experiment med liknande elmotorer har ingenjörerna kommit fram till att elmotorns egenskaper förändras över tiden. Man har funnit att elmotorns överföringsfunktion ges av

$$G^o(s) = G(s)\frac{(1+0.1\theta)s+20}{s+20},$$



Figur 4: Det slutna systemets förstärkning, $|G_c(i\omega)|$, i uppgift 3c.

där θ är elmotorns ålder uttryckt i år och $G(s)$ ges i (3).

Antag att elmotorn styrs med regulatorn från uppgift 3b, där slutna systemets överföringsfunktion $G_c(s)$ är stabil och dess förstärkning $|G_c(i\omega)|$ återges i figur 4. Använd *robusthetskriteriet* för att skatta hur många år rymdkapseln kan stanna i rymden utan att elmotorns styrsystem riskerar bli instabilt.

(Resonansfrekvensen för $G_c(s)$ är $\omega_r = 4.7$ rad/s och resonanstoppen är $|G_c(i\omega_r)| = 1.33$.)

(3p)

4. (a) I figur 5 visas Nyquistkurvorna för 5 olika stabila system $G(s)$ (A-E). Kurvorna är ritade från $\omega = 0$ till $\omega = \infty$ för $G(i\omega)$ för vart och ett av de fem systemen. Pilarnas riktning anger växande ω. De fem systemen återkopplas med en P-regulator, $F(s) = K_P = 1$.

   I samma figur är (enhets)stegsvaren för fyra av de återkopplade systemen återgivna (Stegsvar 1-4). Para ihop rätt Nyquistkurva med rätt stegsvar. Motivera dina svar noga!

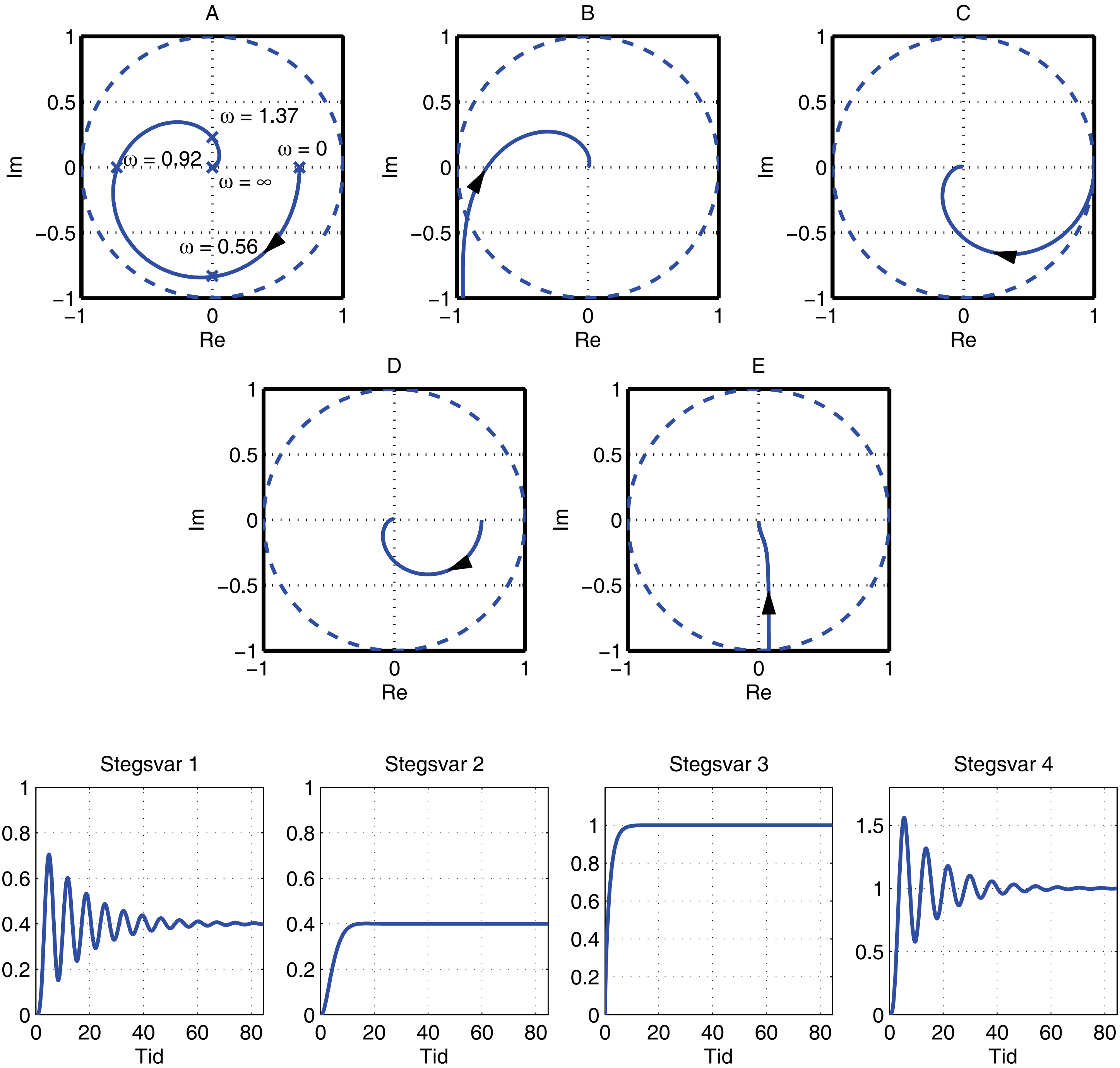
   (4p)

   (b) Systemet med Nyquistkurva A återkopplas med en P-regulator, alltså $F(s) = K_P$. K_P ökas tills det återkopplade systemet börjar självsvänga. För vilket värde på K_P sker detta? Vilken periodtid kommer denna självsvängning att ha?

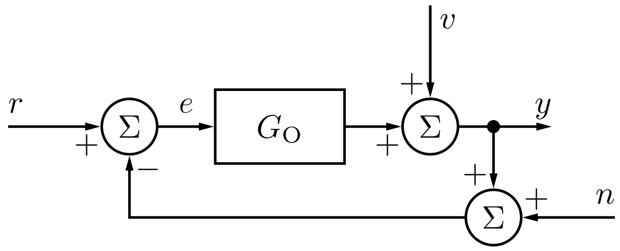
   (3p)

   (c) Nu ska istället systemet med Nyquistkurva A återkopplas med en D-regulator, alltså $F(s) = K_D s$. För vilka värden på K_D är det slutna systemet stabilt?

   (3p)



Figur 5: Nyquistkurvor för de öppna systemen $G(s)$ och stegsvar för de återkopplande systemen i uppgift 4.



Figur 6: Det återkopplade systemet i uppgift 5.

5. För det återkopplade systemet i figur 6 definieras känslighetsfunktionen $S(s)$ och slutna systemets överföringsfunktion $G_c(s)$ som

$$S(s) = \frac{1}{1 + G_o(s)} \quad \text{och} \quad G_c(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)},$$

där $G_o(s)$ är det öppna systemets överföringsfunktion.

(a) Förklara hur $|S(i\omega)|$ påverkar ett återkopplat systems förmåga att undertrycka en additiv störning v till utsignalen, samt hur $|G_c(i\omega)|$ påverkar ett återkopplat systems förmåga att undertrycka mätbrus n. Kan både störningen och mätbruset undertryckas godtyckligt mycket samtidigt? Motivera ditt svar.

(3p)

(b) Visa att om r är ett steg så blir statiska reglerfelet noll ifall $S(s)$ har alla poler strikt i vänstra komplexa halvplanet och ett nollställe i origo.

(2p)

(c) Antag att öppna systemets överföringsfunktion är

$$G_o(s) = K_P \frac{s-2}{(s-1)(s-3)},$$

där $K_P > 0$ är förstärkningen i en P-regulator. Rita rotorten för det slutna systemet $G_c(s)$ med avseende på K_P. Är det slutna systemet stabilt för något K_P?

(3p)

(d) Antag nu att P-regulatorn i uppgift 5c ersätts med en regulator $F(s)$ så att

$$G_o(s) = F(s) \frac{s-2}{(s-1)(s-3)}.$$

Är det möjligt att göra det slutna systemet $G_c(s)$ stabilt om $F(s)$ samtidigt måste vara ett minfassystem? (Tips: Fundera på hur rotorten för det slutna systemet ser ut.)

(2p)